

PHÒNG GD-ĐT QUẬN THANH XUÂN TRƯỜNG THCS NHÂN CHÍNH	ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT Môn : Toán Thời gian làm bài : 120 phút Ngày thi : 08/5/2018
--	--

Bài 1 (2 điểm): Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = \frac{16}{9}$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$.

Bài 2 : (2,0 điểm)

Hưởng ứng phong trào trồng cây vì môi trường xanh, sạch, đẹp; một chi đoàn thanh niên dự định trồng 240 cây xanh trong một thời gian quy định. Do mỗi ngày chi đoàn trồng được nhiều hơn dự định 15 cây nên không những họ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày mà còn trồng thêm được 30 cây xanh nữa. Tính số cây mà chi Đoàn dự định trồng trong một ngày?

Bài 3. (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3x}{x-2} - \frac{2}{\sqrt{y+2}} = 4 \\ \frac{2x}{x-2} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) với $m = 0$;

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2$.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), lấy điểm M thuộc cạnh AC . Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E , BM cắt (O) tại N , AN cắt (O) tại D , ED cắt AC tại H .

- Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.
- Chứng minh $AB \parallel DE$ và $MH \cdot HC = EH^2$.
- Chứng minh M cách đều ba cạnh của tam giác ANE .
- Lấy I đối xứng với M qua A , lấy K đối xứng với M qua E . Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất?

Bài 5: (0,5 điểm)

Tìm GTLN của biểu thức $M = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-3}}{xy}$ ($x \geq 3, y \geq 2$)

Hướng dẫn giải - đáp số

Bài 1:

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = \frac{16}{9}$.

Thay $x = \frac{16}{9}$ (TMĐK) vào biểu thức A có:

$$A = \frac{\sqrt{\frac{16}{9}} - 1}{\sqrt{\frac{16}{9}} + 3} = \frac{\frac{4}{3} - 1}{\frac{4}{3} + 3} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{13}{3}} = \frac{1}{13}$$

Vậy $A = \frac{1}{13}$ khi $x = \frac{16}{9}$.

- Rút gọn biểu thức B .

$$B = \frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$$

- Tìm x để $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$.

$$\frac{A-1}{B} = (A-1) : B = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} - 1 \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = -\frac{4}{\sqrt{x}+1}$$

$$\begin{aligned}\frac{A-1}{B} &\leq -\frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{-4}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-7}{2(\sqrt{x}+1)} &\leq 0\end{aligned}$$

$$\text{Mà } x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2(\sqrt{x}+1) \geq 2 > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}-7 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} \leq 7$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 49$$

Kết hợp điều kiện xác định: $x \geq 0; x \neq 1$

$$\text{Vậy } 0 \leq x \leq 49; x \neq 1 \text{ thì } \frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$$

Bài 2:

Gọi số cây mà chi đoàn dự định trồng trong một ngày là x cây ($x \in \mathbb{N}^*$)

Do mỗi ngày chi đoàn trồng được nhiều hơn dự định 15 cây nên số cây mà chi đoàn trồng trong một ngày theo thực tế là $x+15$ (cây)

Số cây trồng được theo thực tế là $240+30=270$ cây

Thời gian trồng 240 cây xanh theo dự định là $\frac{240}{x}$ (ngày)

Thời gian trồng 270 cây xanh theo dự định là $\frac{270}{x+15}$ (ngày)

Do họ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày nên ta có PT:

$$\begin{aligned}\frac{240}{x} - \frac{270}{x+15} &= 2 \\ \Rightarrow 240(x+15) - 270x &= 2x(x+15) \\ \Leftrightarrow 240x + 3600 - 270x &= 2x^2 + 30x \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 30x + 30x - 3600 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 30x - 1800 &= 0 \\ \Delta &= 30^2 - 4 \cdot (-1800) = 8100 \\ \sqrt{\Delta} &= \sqrt{8100} = 90\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-30+90}{2} = 30(TM) \\ x_2 = \frac{-30-90}{2} = -60(KTM) \end{cases}$$

Vậy số cây mà chi đoàn dự định trồng trong một ngày là 30 cây

Bài 3:

1) Điều kiện: $x \neq 2, y > -2$

Đặt $\frac{x}{x-2} = a$ và $\frac{1}{\sqrt{y+2}} = b$ ($b > 0$)

Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} 3a-2b=4 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$

- $a=2 \Leftrightarrow \frac{x}{x-2} = 2 \Rightarrow x = 2x-4 \Leftrightarrow x=4$ (tmdk)
- $\frac{1}{\sqrt{y+2}} = 1 \Rightarrow \sqrt{y+2} = 1 \Leftrightarrow y+2=1 \Leftrightarrow y=-1$ (tmdk)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; -1)$

2) $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a) $m=0$ khi đó phương trình trở thành: $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{1; -3\}$

b) $\Delta' = (m-1)^2 - (m-3) = m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} > 0$ với mọi m

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\forall m$.

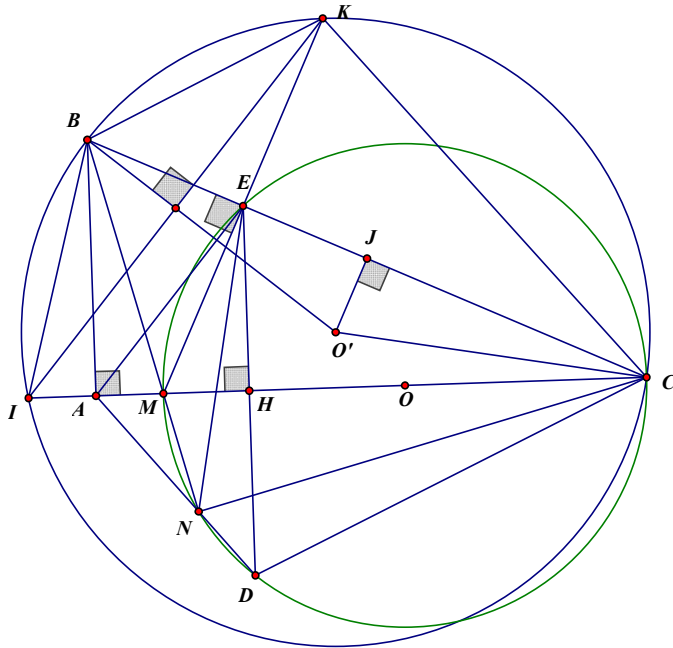
Theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = m-3 \end{cases}$

Để $x_1 < 2 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 2 < 0 \\ x_2 - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0$

$\Rightarrow m - 3 - 2 \cdot 2 \cdot (m-1) + 4 < 0 \Leftrightarrow -3m + 5 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{5}{3}$

Vậy $m > \frac{5}{3}$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2$.

Bài 4:



a) Ta có $\widehat{MNC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Lại có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ (gt)

Do đó tứ giác $BANC$ là tứ giác nội tiếp (theo dấu hiệu: “tứ giác có hai đỉnh kề nhau nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp”).

b)

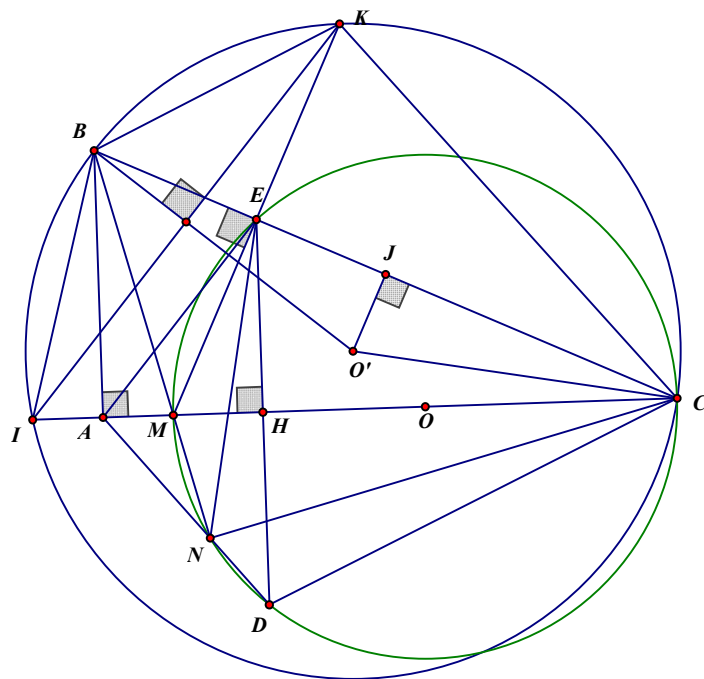
+ Theo câu a) tứ giác $BANC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{DNC} = \widehat{ABC}$ (1)

Lại có $\widehat{DNC} = \widehat{DEC}$ (2) (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{CD}$ của (O)).

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{DEC}$, suy ra $AB \parallel DE$ (có hai góc ở vị trí đồng vị bằng nhau).

+ Vì $AB \parallel DE$ mà $AB \perp AC$ nên $DE \perp AC$ hay $EH \perp MC$.

Mà tam giác MEC vuông tại E nên $MH \cdot HC = EH^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)



c) Ta có $\widehat{ANB} = \widehat{ACB}$ (3) (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AB}$ của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BANC$).

Và $\widehat{MNE} = \widehat{MCE}$ (4) (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{ME}$ của (O)).

Từ (3), (4) ta được $\widehat{ANB} = \widehat{MNE}$ hay NM là phân giác của $\widehat{ANE}$ (5)

Ta có $MC \perp DE$ mà MC là đường kính của (O) nên H là trung điểm của DE .

Từ đó ta có $\triangle ADE$ cân tại A (tam giác có đường cao đồng thời là đường trung tuyến)

Suy ra AH cũng là phân giác của $\widehat{EAD}$ trong tam giác $\triangle ADE$

Hay AM là phân giác của $\widehat{NAE}$ (6)

Từ (5), (6) suy ra M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ANE hay M cách đều ba cạnh của tam giác ANE .

d) Ta có: $\widehat{IBA} = \widehat{MBA}$ (vì $\triangle BAI = \triangle BAM$)

$\widehat{MBE} = \widehat{KBE}$ (vì $\triangle BEM = \triangle BEK$)

Do đó: $\widehat{IBK} + \widehat{ICK} = 2.\widehat{ABM} + 2.\widehat{MBC} + 2.\widehat{ACB} = 2.(\widehat{ABM} + \widehat{MBC} + \widehat{ACB})$

$$= 2.(\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 2.90^\circ = 180^\circ$$

Suy ra tứ giác $IBKC$ nội tiếp (theo dấu hiệu: “tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° là tứ giác nội tiếp”)

Hay đường tròn ngoại tiếp tam giác IBK đi qua C .

Gọi O' là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác IBK và gọi J là trung điểm của BC .

Thì $O'J \perp BC$ (Định lý về đường kính và dây cung)

Ta có: $O'C \geq JC$, JC không đổi.

Do đó $O'C$ nhỏ nhất khi $O' \equiv J$

Khi đó $O'C = O'I = O'A = JA = JC$, suy ra $I \equiv A$ hay $M \equiv A$.

Bài 5:

$$M = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-3}}{xy} = \frac{\sqrt{y-2}}{y} + \frac{\sqrt{x-3}}{x}$$

Áp dụng bất đẳng thức Co-si cho hai số không âm 2 và $y-2$

$$\begin{aligned} y &= (y-2) + 2 \geq 2\sqrt{(y-2) \cdot 2} \\ \Leftrightarrow y &\geq 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{y-2} \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y-2}}{y} &\leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow y-2=2 \Leftrightarrow y=4$ (tmdk)

Áp dụng bất đẳng thức Co-si cho hai số không âm 3 và $x-3$

$$\begin{aligned} x &= (x-3) + 3 \geq 2\sqrt{(x-3) \cdot 3} \\ \Leftrightarrow x &\geq 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{x-3} \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x-3}}{x} &\leq \frac{1}{2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x-3=3 \Leftrightarrow x=6$ (tmdk)

$$\Rightarrow M \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}.$$

Vậy GTLN của $M = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=6, y=4$