

Phần I: Trắc nghiệm khách quan: (2.0 điểm)

Chọn chữ cái đứng trước câu trả lời đúng và ghi vào tờ giấy làm bài.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{1}{\sqrt{x-2}}$ là

- A. $x \leq 2$. B. $x > 2$. C. $x \neq 2$. D. $x \geq 2$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất?

- A. $y = \sqrt{3x} + 3$ B. $y = -\sqrt{3}x - 3$ C. $y = -3$ D. $y = \frac{1}{\sqrt{3x}} + 3$

Câu 3: Hàm số $y = |m+3|x - 2m + 1$ đồng biến trên R khi

- A. $m = -3$. B. $m \geq -3$. C. $m \leq -3$. D. $m \neq -3$.

Câu 4. Phương trình bậc hai nào sau đây có tổng hai nghiệm bằng 2

- A. $x^2 - 2x + 3 = 0$. B. $x^2 - 2x - 1 = 0$. C. $x^2 + 2x - 2 = 0$. D. $2x^2 - x - 1 = 0$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ ta được kết quả là

- A. -2 . B. $2\sqrt{2}$. C. 0 . D. $2\sqrt{2} - 2$.

Câu 6. Giá trị của m để đường thẳng $y = x - 2$ và đường thẳng $y = 2x + m - 1$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung là

- A. 3 B. -3 C. -1 D. 1

Câu 7. Cho hai đường tròn $(O, 4\text{cm})$ và $(O', 6\text{cm})$. Biết $OO' = 5\text{cm}$ thì vị trí tương đối của hai đường tròn là

- A. cắt nhau. B. tiếp xúc ngoài. C. tiếp xúc trong. D. không cắt nhau.

Câu 8. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 3\text{cm}$, $CB = 4\text{cm}$. Quay hình chữ nhật đó một vòng quanh cạnh AB được một hình trụ. Thể tích hình trụ đó bằng

- A. 48cm^3 B. 36cm^3 C. $36\pi\text{cm}^3$ D. $48\pi\text{cm}^3$

Phần II. Tự luận: (8.0 điểm)

Bài 1. (1.5 điểm)

Rút gọn các biểu thức:

a) $A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - 2}$.

b) $B = \frac{x\sqrt{x} - 2x + 28}{x - 3\sqrt{x} - 4} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 8}{4 - \sqrt{x}}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).

Bài 2. (1.5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$ (m là tham số).

- Giải phương trình với $m = 4$.
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $S = x_1^2 + x_2^2 + 8x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. (1.0 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = x^2 - xy - 2y^2 \\ x^2 + y^2 = 2. \end{cases}$$

Bài 4. (3.0 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD. Đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi F là hình chiếu của E trên AD. Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M (M khác C). Gọi N là giao điểm của BD và CF.

1. Chứng minh tứ giác ABEF và tứ giác CDFE là các tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh FA là tia phân giác của góc BFM và $BE \cdot DN = EN \cdot BD$.
3. Gọi K là trung điểm của DE. Chứng minh tứ giác BCKF nội tiếp.

Bài 5. (1.0 điểm)

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + x - 2} + x^2 = \sqrt{2(x - 1)} + 1$.
2. Xét các số x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2x + y^3$.

-----**Hết**-----

I. Phần I: Trắc nghiệm khách quan: (2.0 điểm) Mỗi ý đúng được 0.25 điểm

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
B	B	D	B	A	C	A	D

II. Phần II. Tự luận: (8.0 điểm)

Bài 1.

Câu	Nội dung	Điểm
a) 0.5 điểm	$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2)}{\sqrt{5} - 2}$ $= \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ $= -\sqrt{2}$	0.25 0.25
b) 1.0 điểm	$B = \frac{x\sqrt{x} - 2x + 28}{x - 3\sqrt{x} - 4} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 8}{4 - \sqrt{x}}$ $= \frac{x\sqrt{x} - 2x + 28}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 4)} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 8}{4 - \sqrt{x}}$ $= \frac{x\sqrt{x} - 2x + 28 - (\sqrt{x} - 4)^2 - (\sqrt{x} + 8)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 4)}$ $= \frac{x\sqrt{x} - 2x + 28 - x + 8\sqrt{x} - 16 - x - 9\sqrt{x} - 8}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 4)} = \frac{x\sqrt{x} - 4x - \sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 4)}$ $= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 4)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 4)} = \sqrt{x} - 1$	0.25 0.25 0.25 0.25

Bài 2:

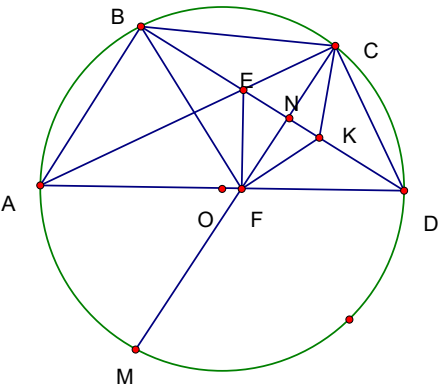
Câu	Nội dung	Điểm
1. 0.5 điểm	Với $m = 4$, phương trình trở thành $x^2 - 10x + 18 = 0$. Giải phương trình ta được $x_1 = 5 + \sqrt{7}; x_2 = 5 - \sqrt{7}$.	0.5
2. 1.0 điểm	Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -3. \end{cases}$ Ta có $P = x_1^2 + x_2^2 + 8x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 + 6x_1x_2$ Theo định lí Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m + 1) \\ x_1x_2 = 2m + 10 \end{cases}$ Do đó $P = 4m^2 + 20m + 64 = (2m + 5)^2 + 39$ Trường hợp 1: Nếu $m \geq 3 \Rightarrow P \geq 60$. Trường hợp 2: Nếu $m \leq -3 \Rightarrow 2m + 5 \leq -1 \Rightarrow (2m + 5)^2 \geq 1 \Rightarrow P \geq 40$. Từ đó tìm được giá trị nhỏ nhất của $P = 40 \Leftrightarrow m = -3$.	0.25 0.25 0.25 0.25

Bài 3:

Câu	Nội dung	Điểm
1.0 điểm	$\begin{cases} x + y = x^2 - xy - 2y^2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x + y)(x - 2y - 1) = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$	0.25

	Trường hợp 1: $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x \\ x^2+(-x)^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ x=-1 \\ y=1 \end{cases}$	0.25
	Trường hợp 2: $\begin{cases} x-2y-1=0 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y+1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y+1 \\ (2y+1)^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \\ x=\frac{7}{5} \\ y=\frac{1}{5} \end{cases}$	0.25
	Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $(x, y) \in \left\{ (1; -1), (-1; 1), (-1; -1), \left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right) \right\}$	0.25

Bài 4: (3.0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
		
1. 0.75 điểm	a. Tứ giác ABEF có $\angle ABE + \angle AFE = 180^\circ$. Mà 2 góc là hai góc đối nhau nên tứ giác ABEF nội tiếp trong một đường tròn. Chứng minh tương tự ta được tứ giác CDFE nội tiếp.	0.5 0.25
2. 1.5 điểm	Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABEF có $\angle AEB = \angle AFB$. (1) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDFE có $\angle CFD = \angle CED$. (2) $\angle AEB = \angle CED$ (hai góc đối đỉnh) (3) $\angle AFM = \angle CFD$ (hai góc đối đỉnh) (4) Từ (1), (2), (3), (4) $\Rightarrow \angle BFA = \angle MFA$ $\Rightarrow FA$ là tia phân giác của góc BFM.	0.5 0.25

	Chứng minh CE là phân giác của $\angle BCK$ $\Rightarrow \frac{BE}{NE} = \frac{BC}{NC} \quad (5)$	0.25
	Chứng minh CD là phân giác góc ngoài tại C của $\triangle BCN$ $\Rightarrow \frac{BD}{ND} = \frac{BC}{NC} \quad (6)$	0.25
	Từ (5) và (6) $\Rightarrow \frac{BE}{NE} = \frac{BD}{ND} \Rightarrow BE \cdot DN = BD \cdot EN$	0.25
3. 0.75 điểm	Chứng minh $\triangle KFD$ cân tại K $\Rightarrow \angle BKF = 2\angle BDF \quad (7)$	0.25
	Ta có $\angle BCF = 2\angle BCA \quad (8)$	0.25
	Trong (O) có $\angle BCA = \angle BDF \quad (9)$	
	Từ (7), (8), (9) $\Rightarrow \angle BKF = \angle BCF$	
	Suy ra tứ giác BCKF nội tiếp.	0.25

Câu 5: (1.0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1. 0.5 điểm	ĐKXD: $x \geq 1$. Ta thấy $x = 1$ là một nghiệm của phương trình đã cho.	0.25
	Với $x > 1$, phương trình đã cho tương đương với $\sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{2(x-1)} + x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x}{\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{2(x-1)}} + (x+1)(x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1) \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{2(x-1)}} + x + 1 \right] = 0$ Vì $x > 1$ nên $x - 1 > 0$ và $\frac{x}{\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{2(x-1)}} + x + 1 > 0$ nên phương trình không có nghiệm $x > 1$. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.	0.25
2. 0.5 điểm	Ta có $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1 \Rightarrow y^3 \leq y^2$ $\Rightarrow P = 2x + y^3 \leq 2x + y^2$	0.25
	Mà $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2$ $\Rightarrow P = 2x + y^3 \leq 2x + 1 - x^2 = -(x-1)^2 + 2 \leq 2.$ $\Rightarrow P \text{ đạt giá trị lớn nhất bằng } 2 \text{ khi } x = 1 \text{ và } y = 0.$	0.25

Chú ý:

- Nếu học sinh làm theo cách khác mà đúng và phù hợp với kiến thức của cấp học thì cho điểm tương đương.