PHÒNG GD & ĐT QUẬN BA ĐÌNH
Trường THCS Mạc Đĩnh Chi
Nguyễn Trãi – Hoàng Hoa Thám

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2018 – 2019
Môn: Toán
Ngày thi: 5/5/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I. ***(2,0 điểm)*** Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+4}+\dfrac{5\sqrt{x}+12}{x-16}$ (với $x\ge 0, x\ne 16$)

1.Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2.Rút gọn biểu thức B.

3.Tìm m để phương trình $\dfrac{A}{B}=m+1$ có nghiệm.

Bài II. ***(2,0 điểm)*** *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Để chở hết 80 tấn quà tặng đồng bào nghèo ở vùng cao đón Tết, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành có 4 xe phải điều đi làm việc khác. Vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng mới hết. Tính số xe lúc đầu của đội biết rằng khối lượng hàng các xe chở được như nhau.

Bài III. ***(2,0 điểm)***

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{3}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y-1}}=2\\ \dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y-1}}=1\end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2-mx+m-2=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh với mọi m, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Khi đó, hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm mà không phụ thuộc vào m.

b) Tìm m để cả hai nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Bài IV. ***(3,5 điểm)***

Cho nửa đường tròn (O; R), đường kính AB. Trên nửa đường tròn đó lấy điểm C (CA< CB). Hạ CH vuông góc với AB tại H. Đường tròn đường kính CH cắt AC và BC theo thứ tự tại M, N.

1. Chứng minh tứ giác HMCN là hình chữ nhật.

2. Chứng minh tứ giác AMNB nội tiếp.

3. Tia NM cắt tia BA tại K, lấy điểm Q đối xứng với H qua K. Chứng minh QC là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

4. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AMNB trong trường hợp AC = R

Bài V. ***(0,5 điểm)*** Tìm $x, y\ge 0$ sao cho $(x^2+4y+8)(y^2+4x+8)=(3x+5y+4)(5x+3y+4)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài I. ***(2,0 điểm)***

1.Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

Khi $x=9$ thì $A=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}=\dfrac{\sqrt{9}+3}{\sqrt{9}-4}=\dfrac{6}{-1}=-6$

Vậy $A=-6$ khi $x=9$.

2.Rút gọn biểu thức B.

Ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+4}+\frac{5\sqrt{x}+12}{x-16}$$
$$=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right).\left(\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}+4\right).\left(\sqrt{x}-4\right)}+\frac{5\sqrt{x}+12}{\left(\sqrt{x}+4\right).\left(\sqrt{x}-4\right)}$$
$$=\frac{x-4\sqrt{x}+3\sqrt{x}-12+5\sqrt{x}+12}{\left(\sqrt{x}+4\right).\left(\sqrt{x}-4\right)}$$
$$=\frac{x+4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+4\right).\left(\sqrt{x}-4\right)}$$
$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+4)}{\left(\sqrt{x}+4\right).\left(\sqrt{x}-4\right)}$$
$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$

3.Tìm m để phương trình $\dfrac{A}{B}=m+1$ có nghiệm.

Ta có:

$$\frac{A}{B}=m+1\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}:\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}=m+1$$
$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}\cdot\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}=m+1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}=m+1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3-\sqrt{x}.(m+1)}{\sqrt{x}}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-m\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}=0$$

Để phương trình $\frac{A}{B}=m+1$ có nghiệm thì phương trình $\frac{-m\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}=0$ có nghiệm

tức là:

$$\frac{-m\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}=0 \text{ có nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ -m\sqrt{x}+3=0 \\ x\neq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \sqrt{x}=\frac{3}{m} \\ x\neq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{m}>0 \\ \frac{3}{m}\neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\neq \frac{3}{4} \end{cases}$$

Vậy $m>0, m\neq \frac{3}{4}$ thì phương trình $\frac{A}{B}=m+1$ có nghiệm.

Bài II. ***(2,0 điểm)***

Gọi số xe dự định của đội là x (xe) $(x>4, x\in N)$

Mỗi xe dự định chở được $\frac{80}{x}$ (tấn)

Số xe chở hàng thực tế của đội là $x-4$ (xe)

Mỗi xe thực tế chở được $\frac{80}{x-4}$ (tấn)

Theo đề bài, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x-4}-\frac{80}{x}=1$$

$$\Leftrightarrow \frac{80x}{x(x-4)}-\frac{80(x-4)}{x(x-4)}=\frac{x(x-4)}{x(x-4)}$$

$$\Rightarrow 80x-80x+320=x^2-4x$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x-320=0$$

$$\Delta'=4+320=324$$

$\Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1=20$ (Thỏa mãn ĐK)

$x_2 = -16$ (loại vì không thỏa mãn)

Vậy, đội xe ban đầu có 20 xe.

Bài III. ***(2,0 điểm)***

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{3}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$

Giải:

Điều kiện xác định: $x > 0; y > 1$. Ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x}} = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(t/m) \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y-1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5(t/m) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $(x;y) = (4;5)$.

2. Cho phương trình: $x^2 - m\text{x} + m - 2 = 0(1)$ (x là ẩn số)

a) Chứng minh với mọi m, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Khi đó, hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm mà không phụ thuộc vào m.

b) Tìm m để cả hai nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Giải:

a) Xét phương trình: $x^2 - m\text{x} + m - 2 = 0(1)$

Ta có: $\Delta = (-m)^2 - 4.(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m^2 - 4m + 4) + 4 = (m-2)^2 + 4$

Do $(m-2)^2 \ge 0, \forall m$ nên $(m-2)^2 + 4 \ge 4 > 0, \forall m \Rightarrow \Delta > 0, \forall m$. Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là $x_1; x_2$. Áp dụng hệ thức Vi-et vào phương trình (1), ta được:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 + 2 = m \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 + 2$

Vậy với mọi m, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm mà không phụ thuộc vào m là $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 + 2$ (với $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1)).

b) Theo câu (a), $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 + 2$ (với $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1)).

$$\begin{aligned} &\Rightarrow x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 = 2 \\ &\Rightarrow x_1 - x_1 \cdot x_2 + x_2 - 1 = 1 \\ &\Rightarrow x_1(1 - x_2) - (1 - x_2) = 1 \\ &\Rightarrow (1 - x_2)(x_1 - 1) = 1 (*) \end{aligned}$$

Để hai nghiệm $x_1; x_2$ của phương trình (1) đều là các số nguyên thì $1 - x_2$ và $x_1 - 1$ đều là ước của 1 và thỏa mãn (*). Các trường hợp có thể xảy ra là:

- Trường hợp 1: $\begin{cases} 1 - x_2 = 1 \\ x_1 - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = 2 \end{cases}$

Vì $x_1 + x_2 = m$ nên khi đó m = 2 + 0 = 2

- Trường hợp 1: $\begin{cases} 1 - x_2 = -1 \\ x_1 - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 \\ x_1 = 0 \end{cases}$

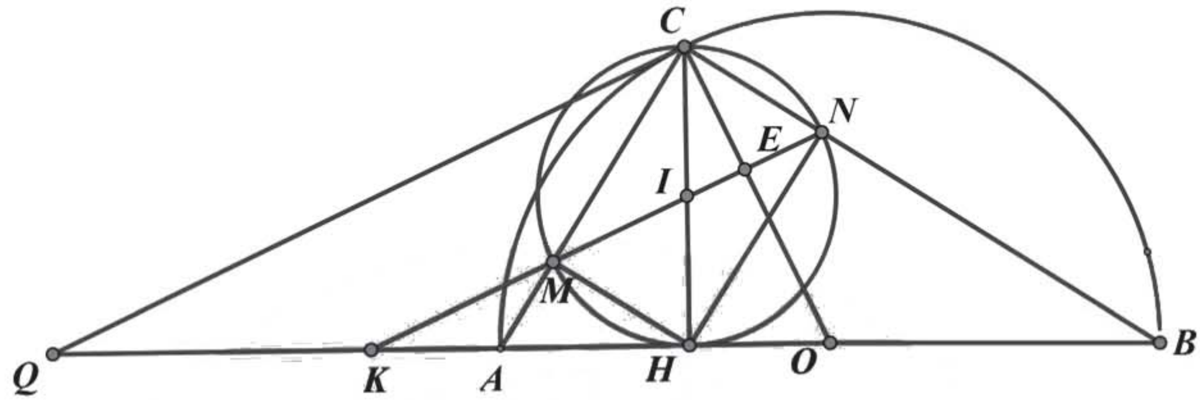
Vì $x_1 + x_2 = m$ nên khi đó m = 0 + 2 = 2

Vậy để cả hai nghiệm của phương trình đã cho đều là số nguyên thì m = 2

Bài VI. ***(3,5 điểm)*** Cho nửa đường tròn (O; R), đường kính AB. Trên nửa đường tròn đó lấy điểm C (CA< CB). Hạ CH vuông góc với AB tại H. Đường tròn đường kính CH cắt AC và BC theo thứ tự tại M, N.

1. Chứng minh tứ giác HMCN là hình chữ nhật.
2. Chứng minh tứ giác AMNB nội tiếp.
3. Tia NM cắt tia BA tại K, lấy điểm Q đối xứng với H qua K. Chứng minh QC là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).
4. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AMNB trong trường hợp AC = R

Chứng minh:



1. Chứng minh được

$\widehat{CMH} = \widehat{CNH} = \widehat{MCN} = 90^o$

Vậy tứ giác HMCN là hình chữ nhật.

2. Xét tam giác CAH vuông tại H, đường cao HM

$\Rightarrow CM.CA = CH^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)

Tương tự ta có: $CN.CB = CH^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $CM.CA = CN.CB$

$$\Rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CA}$$

Chứng minh $\Delta CMN \backsim \Delta CBA$ (c. g.c)

$\Rightarrow \widehat{CMN} = \widehat{CBA}$ (Hai góc tương ứng)

$\Rightarrow \widehat{AMN} + \widehat{CBA} = 180^0$

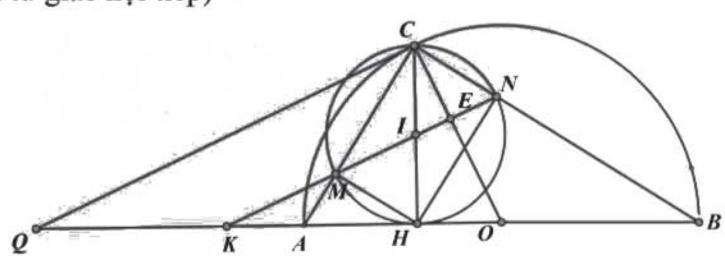
Xét tứ giác AMNB có:

$\Rightarrow \widehat{AMN} + \widehat{CBA} = 180^0$

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow$ Tứ giác AMNB nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

3. Gọi giao điểm của MN và OC là E, giao điểm của CH và MN là I



$\widehat{OCM} + \widehat{CME} = \widehat{OAC} + \widehat{CBA} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{CEM} = 90^o$

$\Rightarrow OC \perp MN$

*Ta đi chứng minh $MN \parallel QC$

Vì tứ giác CMHN là hình chữ nhật

$\Rightarrow$ I là trung điểm của CH (t/c)

Xét tam giác QHC:

I là trung điểm của CH

K là trung điểm của QH

$\Rightarrow$ KI là đường trung bình của tam giác CHQ

$\Rightarrow MN \parallel QC$

Ta có: $MN \parallel QC$ và $OC \perp MN$

$\Rightarrow QC \perp OC$

Hay QC là tiếp tuyến của (O)

4. Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AMNB

Ta có OO' là đường trung trực của đoạn AB nên $OO' \perp AB$

Mà $CI \perp AB$ nên $CI \parallel OO'$

Chứng minh tương tự ta có: $OC \parallel IO'$

$\Rightarrow$ CIO'O là hình bình hành

Suy ra OO'= CI

$BC = R\sqrt{3}$

$AC.BC = CH.AB$

$\Rightarrow R.R\sqrt{3} = CH.2R$

$\Rightarrow CH = \dfrac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CI = \dfrac{R\sqrt{3}}{4}$

Xét tam giác OBO' vuông tại O

$$O'B = \sqrt{\frac{3R^2}{16} + R^2} = \frac{R\sqrt{19}}{4}$$

Bài V. ***(0,5 điểm)***

Tìm $x, y \ge 0$ sao cho $(x^2 + 4y + 8)(y^2 + 4x + 8) = (3x + 5y + 4)(5x + 3y + 4)$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$x^2 + 4 \ge 4x \Leftrightarrow x^2 + 4 + 4y + 4 \ge 4x + 4y + 4 \Leftrightarrow x^2 + 4y + 8 \ge 4(x + y + 1)$

Tương tự:

$y^2 + 4 \ge 4y \Leftrightarrow y^2 + 4 + 4x + 4 \ge 4y + 4x + 4 \Leftrightarrow y^2 + 4x + 8 \ge 4(x + y + 1)$

Cộng vế theo vế $\Rightarrow \mathrm{VT} \geq 16(x+y+1)^2$

Áp dụng bất đẳng thức: $(a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow ab \leq \dfrac{(a+b)^2}{4}$ ta có:

$$(3x+5y+4)(5x+3y+4) \leq \frac{(8x+8y+8)^2}{4} = 16(x+y+1)^2$$

$\Rightarrow \mathrm{VP} \leq 16(x+y+1)^2$

Đẳng thức $(x^2+4y+8)(y^2+4x+8) = (3x+5y+4)(5x+3y+4)$ xảy ra khi:

$x = y = 2$

Vậy $(x, y) = (2; 2)$