

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: ... tháng 5 năm 2018

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 4}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{5\sqrt{x} - 8}{2\sqrt{x} - x}$ với $x > 0; x \neq 4; x \neq 16$

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 25$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Cho $P = A.B$. So sánh P với 2.

Bài II. (2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280 m. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất của vườn) rộng 2m. Diện tích còn lại để trồng trọt là $4256m^2$. Tìm diện tích của khu vườn lúc đầu?

Bài III. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{9}{2x-y} - \sqrt{x-1} = -1 \\ \frac{1}{2x-y} + \frac{4}{9}\sqrt{x-1} = 1 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m-1)x - 2m + 2$

a) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 0$.

b) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $C(x_1; y_1); D(x_2; y_2)$

thỏa mãn $x_1 < \frac{3}{2} < x_2$

Bài IV. (3,5 điểm)

Cho (O;R) đường kính AB cố định. Dây CD di động vuông góc với AB tại điểm H nằm giữa hai điểm A và O. Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ; BF cắt CD tại E; AF cắt tia DC tại I.

- 1) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh rằng: $HA \cdot HB = HE \cdot HI$
- 3) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle IEF$ cắt AE tại điểm thứ hai M. Chứng minh: M thuộc (O;R)
- 4) Tìm vị trí của H trên OA để $\triangle OHD$ có chu vi lớn nhất.

Bài V. (0,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại B, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi h_b là đường cao của $\triangle ABC$ kẻ từ B. Chứng minh rằng: $\frac{a+b+c}{h_b} \geq 2(1+\sqrt{2})$

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 1:

Số báo danh:

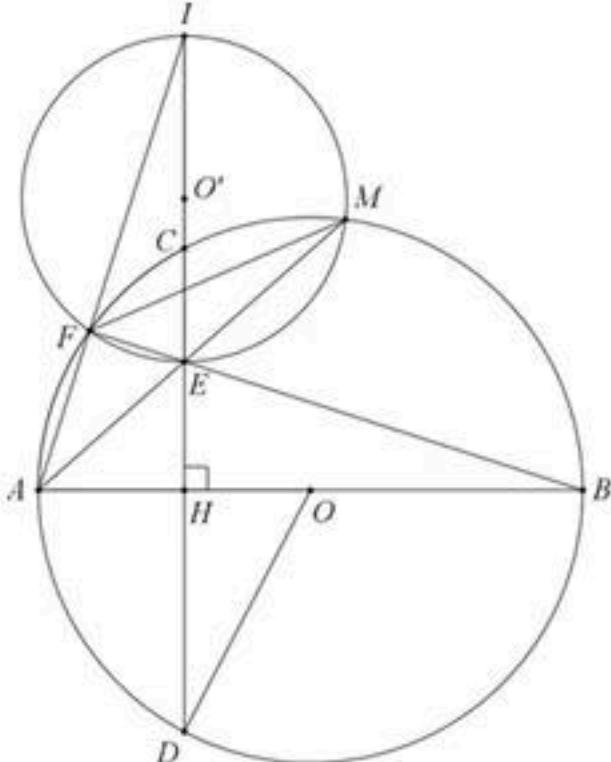
Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 2:

UBND QUẬN HAI BÀ TRUNG
CỤM CÁC TRƯỜNG THCS

HƯỚNG DẪN CHẤM THI THỬ VÀO LỚP 10 – THPT MÔN TOÁN 9

Bài	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
I.1	Thay $x = 25$ (tmđk) vào A ta có: $A = \frac{25 + \sqrt{25} + 1}{\sqrt{25} - 4}$	0,25
	$A = 31$	0,25
I.2	$B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{5\sqrt{x} - 8}{x - 2\sqrt{x}}$	
	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) - (5\sqrt{x} - 8)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{x - 6\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}}$	0,25
I.3	$P = A.B = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 4} \cdot \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}} = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$	0,25
	Xét $P - 2 = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} - 2 = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{\sqrt{x}}$	
	Ta có $x > 0$ nên $\sqrt{x} > 0$; $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ $\Rightarrow P - 2 > 0 \Leftrightarrow P > 2$ Vậy $P > 2$ với $x > 0$; $x \neq 4$; $x \neq 16$	0,25
II.	Gọi chiều rộng của mảnh vườn HCN ban đầu là x ($0 < x < 70$; m)	0,25
	Nửa chu vi của mảnh vườn HCN ban đầu là 140m.	0,25
	Chiều dài của mảnh vườn HCN ban đầu là $140 - x$ (m)	
	Sau khi làm lối đi xung quanh vườn (thuộc đất của vườn): Chiều rộng còn lại là $x - 4$ (m) Chiều dài còn lại là $140 - x - 4 = 136 - x$ (m)	0,25
	Vì diện tích còn lại để trồng trọt là 4256 m^2 nên ta có phương trình: $(x - 4)(136 - x) = 4256$	0,25

	Biến đổi được phương trình: $x^2 - 140x + 4800 = 0$	0,25
	Giải phương trình tìm được $x_1 = 60(tmdk); x_2 = 80(loai)$	0,25
	Chiều rộng mảnh đất HCN là 60m; Chiều dài mảnh đất HCN ban đầu là 80m	0,25
	Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu là $60.80=4800m^2$	0,25
III.1	$\begin{cases} \frac{9}{2x-y} - \sqrt{x-1} = -1 \\ \frac{1}{2x-y} + \frac{4}{9}\sqrt{x-1} = 1 \end{cases} \quad \text{Đk: } x \neq \frac{y}{2}; x \geq 1$ Đặt $\frac{1}{2x-y} = u; \sqrt{x-1} = v \quad (v \geq 0)$ ta có hpt $\begin{cases} 9u - v = -1 \\ u + \frac{4}{9}v = 1 \end{cases}$	0,25
	Giải hpt tìm được $u = \frac{1}{9}; v = 2(tmdk)$	0,25
	Tìm được x;y và kết luận hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x = 5; y = 1)$	0,25
III.2a	Khi $m = 0$ ta có (d): $y = -x + 2$	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 + x - 2 = 0$	
	Giải phương trình tìm được $x = 1; x = -2$	0,25
	Tìm được tung độ tương ứng $y = 1; y = 4$	
	Kết luận: Khi $m = 0$, (d) cắt (P) tại $A(1;1) \quad B(-2;4)$	
III.2b	Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 - (2m-1)x + 2m-2 = 0 (*)$ Ta có $a+b+c = 1 + [-(2m-1)] + (2m-2) = 0$ Nên phương trình (*) có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2m-2$ (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x_1 = 1 \neq x_2 = 2m-2 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$	0,25
	Để $x_1 < \frac{3}{2} < x_2$ thì $x_2 = 2m-2 > \frac{3}{2} \Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$	0,25
	Kết hợp điều kiện: $m > \frac{7}{4}$	0,25

IV		Hình đúng đến câu 1 0,25
1	Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.	
	Xét (O): $\angle AFB = 90^\circ$ (gnt chắn nửa đường tròn) Mà $\angle AHE = 90^\circ$ ($CD \perp AB$ tại H) $\Rightarrow \angle AFE + \angle AHE = 180^\circ$	0,25
	Xét tứ giác AHEF: $\angle AFE + \angle AHE = 180^\circ$ (cmt) Mà $\angle AFE$ và $\angle AHE$ là hai góc đối nhau	0,25
	Suy ra tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp (đhnb)	0,25
2	Chứng minh rằng: HA. HB = HE. HI	
	Chứng minh: $\angle AIH = \angle HBE$ (cùng phụ $\angle BAI$)	0,25
	Xét $\triangle HBE$ và $\triangle HIA$: +) $\angle AHI = \angle EHB = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle HBE$ đồng dạng với $\triangle HIA$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{HB}{HI} = \frac{HE}{HA}$ (Định nghĩa 2 Δ đồng dạng)	0,25
	$\Rightarrow HA. HB = HE. HI$ (đpcm)	0,25
3	Đường tròn ngoại tiếp $\triangle IEF$ cắt AE tại điểm thứ hai M. Chứng minh: M thuộc (O;R)	
	Gọi (O') là đường tròn ngoại tiếp $\triangle IEF$. Vì $\triangle IEF$ vuông tại F nên O' là trung điểm IE. Xét (O'): $\angle FIE = \angle FME$ (2 gnt cùng chắn cung FE)	0,25
	Mà $\angle FIE = \angle ABF$ (cmt) $\Rightarrow \angle FMA = \angle FBA$ ($= \angle FME$)	0,25
	Xét tứ giác AFMB: $\angle FMA = \angle FBA$ (cmt) Mà M và B là hai đỉnh kề nhau	0,25
	$\Rightarrow$ Tứ giác AFMB là tứ giác nội tiếp (đhnb tứ giác nội tiếp) $\Rightarrow A, F, M, B$ cùng thuộc một đường tròn. Mà A, F, B, thuộc (O) nên $M \in (O)$	0,25

4	Tìm vị trí của H trên OA để ΔOHD có chu vi lớn nhất.	
	Ta có Chu vi $\Delta OHD = OH + OD + HD = (OH + HD) + R$ $(OH + HD)^2 = OH^2 + HD^2 + 2OH \cdot HD = R^2 + 2OH \cdot HD$ Ta có $OH^2 + HD^2 \geq 2\sqrt{OH^2 \cdot HD^2} = 2OH \cdot HD$ (BĐT Cô-si) $\Leftrightarrow 2OH \cdot HD \leq R^2 \Leftrightarrow (OH + HD)^2 \leq 2R^2 \Leftrightarrow OH + HD \leq R\sqrt{2}$	0,25
	Chu vi $\Delta OHD \leq R\sqrt{2} + R \Rightarrow \text{Chu vi } \Delta OHD \text{ max} = R\sqrt{2} + R$ $\Leftrightarrow OH = OD \Leftrightarrow \Delta OHD \text{ vuông cân tại H} \Leftrightarrow H \text{ thuộc OA thỏa mãn:}$ $OH = R \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25
V	Cho tam giác ABC vuông tại B, BC = a, AC = b, AB = c. Gọi h_b là đường cao của tam giác kẻ tại B. Chứng minh rằng: $\frac{a+b+c}{h_b} \geq 2(1+\sqrt{2})$	
	ΔABC vuông tại B, áp dụng định lý Py-ta-go $\Rightarrow b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 + c^2}$ Ta có $a \cdot c = b h_b \Rightarrow h_b = \frac{ac}{b}$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông) $\Rightarrow \frac{a+b+c}{h_b} = \frac{a+b+c}{\frac{ac}{b}} = \frac{(a+b+c)b}{ac} = \frac{(a+c)b + b^2}{ac} = \frac{(a+c)\sqrt{a^2 + c^2} + a^2 + c^2}{ac}$ $\geq \frac{2\sqrt{ac}\sqrt{2ac} + 2ac}{ac} = 2(1+\sqrt{2})$	0,25
	Vậy $\frac{a+b+c}{h_b} \geq 2(1+\sqrt{2})$. Dấu bằng xảy ra khi $a = c \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại B.	0,25

Lưu ý:

- Học sinh làm theo cách khác đúng, cho điểm tương đương.
- Bài hình: Học sinh vẽ sai hình từ câu nào, cho 0 điểm từ câu đó.