

Bài I (2 điểm)

1. Cho $x = 3 - 2\sqrt{2}$, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$ với $x \geq 0$
2. Rút gọn biểu thức $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{11(\sqrt{x} - 1) + 8}{x + 2\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0; x \neq 1$
3. Tìm các giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ nhận giá trị nguyên.

Bài II (2 điểm)

1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc sau 12 ngày thì hoàn thành. Nếu hai đội làm chung trong 3 ngày, sau đó đội II đi làm việc khác và đội I làm thêm 7 ngày thì được $\frac{7}{12}$ công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu hoàn thành công việc?

2. Một dụng cụ làm bằng thủy tinh dùng để chứa dung dịch có dạng hình nón với độ dài đường sinh là 15 cm và diện tích xung quanh là $135\pi \text{ cm}^2$. Hãy tính thể tích của dụng cụ đó (bỏ qua bề dày của dụng cụ).

Bài III (2,5 điểm)

1. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ mx + y = 4 \end{cases}$$

a. Giải hệ phương trình khi $m = 3$

b. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x = |y|$

2. Chứng minh đường thẳng (d): $y = mx + m + 1$ luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .

3. Tìm m để phương trình: $x + (3 + m)\sqrt{x} - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 4.

Bài IV (3 điểm)

Cho đường tròn (O; R), đường kính AB và CD không vuông góc với nhau sao cho $AC < AD$. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt AC, AD lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh $BE.BF = 4R^2$

2. Chứng minh tứ giác CDFE nội tiếp.

3. Gọi O' là trung điểm của EF, AO' cắt CD tại K.

Chứng minh AO' vuông góc với CD và $\frac{KC}{KD} = \frac{BF}{BE}$

Bài V (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ và $ab + bc + ca = 1$.

Chứng minh: $\sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{b^2 + 1} + \sqrt{c^2 + 1} \leq 2(a + b + c)$

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Hết