

Bài 1 (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $M = \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \sqrt{28} + \sqrt{54}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$ (với $x > 0$)

- Tính giá trị biểu thức M.
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm giá trị của x để $\frac{M}{B} = \frac{9\sqrt{6}}{2}$

Bài 2. (1,5 điểm)

a. Xác định hàm số $y = ax + b$, biết đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 6 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3.

b. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = 4 \\ \frac{3}{x} - \frac{14}{y} = -2 \end{cases}$$

Bài 3. (2,5 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2x - m + 1$ và parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$

- Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán khi $m = 3$
- Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho $x_1 x_2 \cdot (y_1 + y_2) + 48 = 0$.

2. Quyết định số 1221/2000/QĐ-BYT ngày 18/4/2000 của Bộ trưởng Bộ Y tế quy định diện tích khu trường như sau:

- Trường phải đủ rộng để làm chỗ học, sân chơi, bãi tập và trồng cây xanh.
- Ở các vùng nông thôn, miền núi diện tích trung bình không dưới $10m^2$ cho một học sinh.
- Ở các thành phố, thị xã trung bình không dưới $6m^2$ cho một học sinh.

Một trường THCS được xây dựng trên khu đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 20m, đường chéo khu đất là 100m. Biết số học sinh của trường là 500 em. Hỏi trường học đó có đạt chuẩn về “diện tích khu trường” theo quy định trên không?

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A không qua O cắt đường tròn (O) lần lượt tại hai điểm D và E ($AD < AE$).

a. Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.

b. Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh: $AH \cdot AO = AD \cdot AE$.

c. Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt AB, AC theo thứ tự tại I, K. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB tại P và cắt AC tại Q.

Chứng minh rằng $IP + KQ \geq PQ$

2. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Tính thể tích của hình tạo thành khi quay $\triangle ABC$ một vòng quanh AC cố định, biết $BC = 5\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$.

Bài 5(1,0 điểm)

a. Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ (với $x, y \neq 0$)

----- *Hết* -----