

**Câu 1** (2,0 điểm )1. a) Giải phương trình:  $4x + 3 = 0$ b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$
2. Rút gọn biểu thức sau:  $A = \left( \frac{b-1}{\sqrt{b}-1} - \frac{1}{\sqrt{b}+1} \right) \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}+2}$  Với  $b \geq 0; b \neq 1$ **Câu 2** (2.0 điểm) : Cho phương trình:  $x^2 - 2(n+2)x + n^2 + 4n + 3 = 0$ .a) Giải phương trình khi  $n = 0$ b) Chứng minh rằng : Phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  với mọi giá trị của  $n$ .c) Tìm giá trị của  $n$  để biểu thức  $A = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.**Câu 3** (2,0 điểm ) : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = 2x + 3$ 

1. Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt . Tìm tọa độ giao điểm.

2. Gọi M và N là các điểm chung của (d) và (P) . Tính diện tích tam giác OMN ( O là gốc tọa độ)

**Câu IV (3,0 điểm)**Cho đường tròn tâm O đường kính MN. Trên đường tròn lấy điểm C sao cho  $MC < NC$  ( $C \neq M$ ). Các tiếp tuyến tại N và C của (O) cắt nhau ở điểm D, MD cắt (O) tại E ( $E \neq M$ ) .1) Chứng minh  $NE^2 = ME.DE$ .

2) Qua C kẻ đường thẳng song song với ND cắt MN tại H, DO cắt NC tại F. Chứng minh tứ giác CHOF nội tiếp .

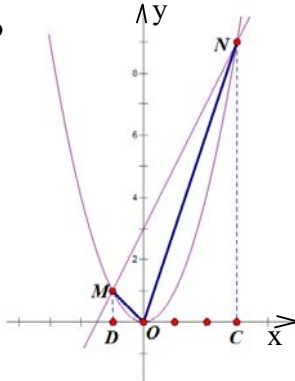
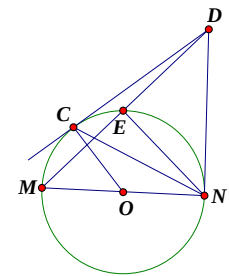
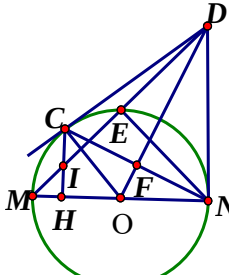
3) Gọi I là giao điểm của MD và CH. Chứng minh I là trung điểm của CH.

**Câu V ( 1,0 điểm)** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương.Chứng minh rằng 
$$P = \frac{3(x^3 + y^3 + z^3)}{4(xy + yz + zx)} + \frac{1}{(x + y + z)^2} \geq \frac{3}{4} .$$
**Hết**

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

## HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ B

| CÂU                        | NỘI DUNG                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ĐIỂM                                |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>1</b><br><b>(2điểm)</b> | <p>1.a) <math>x = \frac{-3}{4}</math></p> <p>b) Giải hệ phương trình</p> $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm <math>\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                             | <p><b>0,5</b></p> <p><b>0,5</b></p> |
|                            | <p>2. Rút gọn biểu thức:</p> <p>Với <math>a \geq 0; a \neq 1</math> ta có:</p> $A = \left( \frac{b-1}{\sqrt{b}-1} - \frac{1}{\sqrt{b}+1} \right) \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}+2} = \left( \frac{(\sqrt{b}-1)(\sqrt{b}+1)}{\sqrt{b}-1} - \frac{1}{\sqrt{b}+1} \right) \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}+2}$ $= \frac{(\sqrt{b}+1)^2 - 1}{\sqrt{b}+1} \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}+2} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{b}+2)}{\sqrt{b}+1} \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}+2} = \sqrt{b}$ <p>Vậy <math>A = \sqrt{b}</math> Với <math>b \geq 0; b \neq 1</math></p>                                | <b>1.0</b>                          |
| <b>2</b><br><b>(điểm)</b>  | <p>a) Xét phương trình: <math>x^2 - 2(n+2)x + n^2 + 4n + 3 = 0</math>.<br/>Thay <math>n = 0</math> vào giải được <math>x = 1; x = 3</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>0,75</b>                         |
|                            | <p>b) Chứng minh rằng : Phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> với mọi giá trị của <math>n</math>.<br/>Ta có <math>\Delta' = [-(n+2)]^2 - n^2 - 4n - 3 = 1 &gt; 0</math> với mọi <math>n</math>.<br/>Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> với mọi giá trị của <math>n</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                | <b>0,75</b>                         |
|                            | <p>c) phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> với mọi giá trị của <math>n</math>. Theo hệ thức Vi-ét ta có :</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(n+2) \\ x_1 \cdot x_2 = n^2 + 4n + 3 \end{cases}$ $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(n+2)^2 - 2(n^2 + 4n + 3)$ $= 2n^2 + 8n + 10$ $= 2(n^2 + 4n + 4) + 2$ $= 2(n+2)^2 + 2 \geq 2 \text{ với mọi } n.$ <p>Suy ra <math>\min A = 2 \Leftrightarrow n + 2 = 0 \Leftrightarrow n = -2</math><br/>Vậy với <math>n = -2</math> thì <math>A</math> đạt <math>\min = 2</math></p> | <b>0,5</b>                          |
| <b>3</b>                   | <p>1. Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt<br/>Hoàn chỉnh giao điểm đường thẳng (d) và Parabol (P) là nghiệm của phương trình</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                     |

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                          | $x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ có $a - b + c = 0$<br>Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt<br>$x_1 = -1$ và $x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{3}{1} = 3$<br>Với $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = (-1)^2 = 1 \Rightarrow M(-1; 1)$<br>Với $x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 3^2 = 9 \Rightarrow N(3; 9)$<br>Vậy (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt M và N                                                           | 0,5  |
|                          | 2. Gọi M và N là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OMN (O là gốc tọa độ)<br>Ta biểu diễn các điểm M và N trên mặt phẳng to                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,5  |
|                          | $S_{MNCD} = \frac{MD + NC}{2} \cdot DC = \frac{1+9}{2} \cdot 4 = 20$ $S_{NOC} = \frac{NC \cdot CO}{2} = \frac{9 \cdot 3}{2} = 13,5$ $S_{MOD} = \frac{MD \cdot DO}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$ Theo công thức cộng diện tích ta có:<br>$S_{MBC} = S_{MNCD} - S_{NCO} - S_{MDO}$<br>$= 20 - 13,5 - 0,5 = 6 \quad (\text{đvdt})$  | 0,5  |
| <b>Câu 4</b><br>(3 điểm) |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
| 1 (1 đ)                  | Vì ND là tiếp tuyến của (O) nên $ND \perp ON$<br>Suy ra: $\triangle MND$ vuông tại N<br>Vì MN là đường kính của (O) nên $ME \perp NE$                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|                          | Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle MND$ ( $\widehat{MND} = 90^\circ$ ; $NE \perp MD$ )<br>Ta có $NE^2 = ME \cdot DE$ (đpcm)                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0, 5 |
| 2(1 đ)                   | Ta có: + $DC = DN$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)<br>+ $OC = ON$ (Bán kính đường tròn (O))<br>Suy ra DO là trung trực của CN<br>Suy ra $DO \perp NC \Rightarrow \widehat{CFO} = 90^\circ$ (1)<br>Lại có $CH \parallel ND$ (gt),<br>mà $MN \perp ND$ (vì ND là tiếp tuyến của (O))<br>$\Rightarrow CH \perp MN \Rightarrow \widehat{OHC} = 90^\circ$ (2)                                                             | 0,25 |
|                          | Từ (1) và (2) ta có $\widehat{OFC} + \widehat{OHC} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác CHOF nội tiếp                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
| 3(1 đ)                   | Có $CH \parallel ND \Rightarrow \widehat{HCN} = \widehat{CND}$ (hai góc ở vị trí so le trong) mà<br>$\triangle NCD$ cân tại D $\Rightarrow \widehat{CND} = \widehat{DCN}$ nên CN là tia phân giác của $\widehat{HCD}$<br>do $CM \perp CN \Rightarrow CM$ là tia phân giác góc ngoài đỉnh C của<br>$\triangle ICD \Rightarrow \frac{MI}{MD} = \frac{CI}{CD}$ (3)                                                      | 0,25 |
|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>Câu 5<br/>(1đ)</b> | Trong $\Delta MND$ có $HI \parallel ND \Rightarrow \frac{MI}{MD} = \frac{HI}{ND}$ (4)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                       | Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{CI}{CD} = \frac{HI}{ND}$ mà $CD=ND \Rightarrow CI=HI \Rightarrow I$ là trung điểm của $CH$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
|                       | Ta có $(x+y+z)^3 - (x^3 + y^3 + z^3) = 3(x+y)(y+z)(z+x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                       | <p>Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số không âm <math>x+y; y+z; z+x</math> ta có:</p> $(x+y)(y+z)(z+x) \leq \frac{(2x+2y+2z)^3}{27} = \frac{8}{27}(x+y+z)^3$ $\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \geq \frac{1}{9}(x+y+z)^3$                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25 |
|                       | <p>Lại có <math>x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \Rightarrow xy + yz + zx \leq \frac{(x+y+z)^2}{3}</math></p> <p>Do đó <math>P = \frac{3(x^3 + y^3 + z^3)}{4(xy + yz + zx)} + \frac{1}{(x+y+z)^2} \geq \frac{3 \cdot \frac{(x+y+z)^3}{9}}{\frac{4}{3}(x+y+z)^2} + \frac{1}{(x+y+z)^2}</math></p> $= \frac{x+y+z}{4} + \frac{1}{(x+y+z)^2} = \frac{x+y+z}{8} + \frac{x+y+z}{8} + \frac{1}{(x+y+z)^2}$ $\geq 3\sqrt[3]{\frac{x+y+z}{8} \cdot \frac{x+y+z}{8} \cdot \frac{1}{(x+y+z)^2}} = \frac{3}{4}$ | 0,25 |
|                       | <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>\begin{cases} x = y = z \\ x + y = y + z = z + x \\ \frac{x+y+z}{8} = \frac{1}{(x+y+z)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{2}{3}</math></p> <p>Vậy <math>P \geq \frac{3}{4}</math> Khi <math>x = y = z = \frac{2}{3}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |