TRƯỜNG THPT THĂNG LONG

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

ĐỢT I NĂM 2019

Môn thi : **TOÁN**

Ngày thi: *24 tháng 02 năm 2019*

Thời gian làm bài: *120 phút (không kể thời gian giao đề)*

Bài I: *(2,0 điểm)* Cho các biểu thức $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x-\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

1) Tính giá trị của B khi $x=\left(1+\dfrac{10+\sqrt{10}}{1+\sqrt{10}}\right)\left(\dfrac{10-\sqrt{10}}{\sqrt{10}-1}-1\right)$.

2) Rút gọn biểu thức A.

3) Tìm x để $\dfrac{A}{1-B}\le 1$.

Bài II: *(2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Cho một hình chữ nhật biết khi tăng độ dài của chiều rộng lên 1 cm và chiều dài lên 4 cm thì diện tích hình chữ nhật sẽ tăng thêm 26 cm^2 và khi tăng chiều rộng thêm 3 cm đồng thời giảm chiều dài đi 4 cm thì được hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

Bài III: *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3|3x-2|-2y=4 \\ 2|3x-2|+y=5 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: y=mx-\sqrt{m^2+1}$ với tham số $m\ne 0$.

a) Tìm m để ba đường thẳng $d_1: y=x-2$, $d_2: y=2x-2$ và đường thẳng d đồng quy tại một điểm.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số $m\ne 0$ đường thẳng d luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Bài IV: *(3,5 điểm)* Cho điểm A thuộc đường thẳng d và đường thẳng d_1 vuông góc với d tại A. Trên d_1 lấy điểm O và vẽ đường tròn tâm O bán kính R sao cho $R<OA$. Cho M là một điểm bất kỳ trên đường thẳng *d*, vẽ tiếp tuyến *MB* với đường tròn *(O)* (*B* là tiếp điểm). Vẽ dây *BC* của đường tròn *(O)* sao cho *BC* vuông góc với *OM* và cắt *OM* tại *N*.

1) Chứng minh *MC* là tiếp tuyến của đường tròn *(O)*.

2) Chứng minh năm điểm *A, B, C, O, M* thuộc cùng một đường tròn.

3) Chứng minh $BC.OM=2BO.BM$. Xác định vị trí của điểm M trên đường thẳng d sao cho diện tích tứ giác *OBMC* đạt giá trị nhỏ nhất.

4) Chứng minh rằng khi M di chuyển trên đường thẳng d thì điểm N luôn thuộc một đường cố định.

Bài V: *(0,5 điểm)* Cho các số thực $a,b,c\in\left[\dfrac{1}{2};1\right]$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{a}{b+c+1}+\frac{b}{c+a+1}+\frac{c}{a+b+1}.$$

……………..Hết……………

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…………………………………….. ….Số báo danh:…………………………

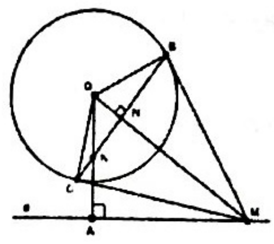
Họ tên, chữ ký cán bộ coi thi số 1: Họ tên, chữ ký cán bộ coi thi số 2:

TRƯỜNG THPT THĂNG LONG

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT ĐỢT I
NĂM HỌC 2019 – 2020

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM

BÀI	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
I	1	$x=\left(1+\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{10}-1\right)=9$ (thỏa mãn điều kiện)	0.5
		Thay $x=9$ vào $B=\dfrac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}=\dfrac{9+2}{9+\sqrt{9}+1}=\dfrac{11}{13}$	0.5
	2	Rút gọn $A=\dfrac{x+\sqrt{x}+1-\left(x-\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}=\dfrac{2\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}=\dfrac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0,x\ne 1$	0.5
	3	$\dfrac{A}{1-B}\le 1\Leftrightarrow \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}\le 1\Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\le 0$	
		TH1: $\begin{cases}3-\sqrt{x}\ge 0\\ \sqrt{x}-1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}\le 3\\ \sqrt{x}<1\end{cases}\Leftrightarrow \sqrt{x}<1\Leftrightarrow x<1$	0.25
		TH2: $\begin{cases}3-\sqrt{x}\le 0\\ \sqrt{x}-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}\ge 3\\ \sqrt{x}>1\end{cases}\Leftrightarrow \sqrt{x}\ge 3\Leftrightarrow x\ge 9$	0.25
		Kết hợp với điều kiện xác định ta có: $0\le x<1$ hoặc $x\ge 9$	0.25
II	1	Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là $x(cm)$ và $y(cm)$. $x>0;y>0$	0.25
		Tăng độ dài của chiều rộng lên $1\,cm$ và chiều dài lên $4\,cm$ thì diện tích hình chữ nhật sẽ tăng thêm $26\,cm^2$ ta được phương trình: $(x+4)(y+1)=xy+26$ (1)	0.25
		Tăng chiều rộng thêm $3\,cm$ đồng thời giảm chiều dài đi $4\,cm$ thì được hình vuông ta được phương trình: $x-4=y+3$ (2)	0.25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}(x+4)(y+1)=xy+26\\ x-4=y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+4y=22\\ x-y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\ y=3\end{cases}$	
		Vậy chiều dài của hình chữ nhật là 10 (cm) và chiều rộng của hình chữ nhật là 3 (cm).	0.25
III	1	Hpt $\Leftrightarrow\begin{cases}3\lvert 3x-2\rvert-2y=4\\ 4\lvert 3x-2\rvert+2y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\lvert 3x-2\rvert=2\\ y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2=\pm 2\\ y=1\end{cases}$	0.25
		+) $\begin{cases}3x-2=2\\ y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4/3\\ y=1\end{cases}$	0.25
		+) $\begin{cases}3x-2=-2\\ y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=1\end{cases}$	0.25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\left(\dfrac{4}{3};1\right)$ và $(0;1)$.	0.25
	2a	Phương trình hoành độ giao điểm của d_1 và d_2: $x-2=2x-2\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=-2$	0.25
		Hay $d_1\cap d_2=I(0;-2)$. Để ba đường thẳng $d;d_1;d_2$ đồng quy thì $I(0;-2)\in d$ hay ta có:	
		$-2=m.0-\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow m^2+1=4\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$	
		Vậy với $m=\pm\sqrt{3}$ thì ba đường thẳng $d;d_1;d_2$ đồng quy.	0.25
	2b	Đường thẳng d cắt hai trục tọa độ $Ox;Oy$ lần lượt tại $A\left(\dfrac{\sqrt{m^2+1}}{m};0\right)$ và $B\left(0;-\sqrt{m^2+1}\right)$	0.25
		Ta có: $OA=\left\lvert\dfrac{\sqrt{m^2+1}}{m}\right\rvert$; $OB=\sqrt{m^2+1}$	
		Xét tam giác vuông OAB (O là gốc tọa độ) đường cao OH ta có hệ thức:	

		$\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{m^2+1}}{m}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\sqrt{m^2+1}\right)^2}=\dfrac{m^2}{m^2+1}+\dfrac{1}{m^2+1}=1$ là không đổi Hay đường thẳng d đi qua hai điểm A và B luôn cách tâm O một khoảng không đổi bằng 1. Vậy đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn tâm O bán kính R = 1 cố định.	0.25
IV	1	Xét ΔOBC cân tại O. có ON là đường cao cũng là đường phân giác Suy ra $\widehat{COM}=\widehat{BOM}$ và $\Delta OBM=\Delta OCM\ (c-g-c)$ Suy ra $\widehat{OCM}=\widehat{OBM}=90^0$ Vậy MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) 	0.5 0.5
	2	Ta có: $\widehat{OAM}=\widehat{OBM}=\widehat{OCM}=90^0$. Từ đó suy ra: A, B, C thuộc đường tròn đường kính OM. Vậy năm điểm A, B, C, O, M thuộc cùng một đường tròn.	0.5 0.5
	3	+) Xét tam giác vuông OBM đường cao BN ta có: $BN.OM=BO.BM$ Mà $BN=\dfrac{1}{2}BC$ suy ra: $BC.OM=2BO.BM$ (đpcm) +) Diện tích tứ giác $S_{\square OBMC}=2S_{\Delta OMB}=2.\dfrac{1}{2}.MB.OB=MB.R$ Diện tích tứ giác $OBMC$ nhỏ nhất khi MB nhỏ nhất. Trong tam giác vuông OMB có: $MB=\sqrt{OM^2-OB^2}=\sqrt{OM^2-R^2}$ do đó MB nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất, Khi M di chuyển trên d ta luôn có $OM\ge OA$: dấu = xảy ra khi $M\equiv A$	0.25 0.25 0.25 0.25
	4	Gọi K là giao điểm của BC và OA. Xét hai tam giác: ΔONK và ΔOAM có chung góc $\widehat{O}$ và $\widehat{ONK}=\widehat{OAM}=90^0$ Từ đó suy ra ΔONK và ΔOAM là hai tam giác đồng dạng, ta có tỉ lệ: $\dfrac{OK}{OM}=\dfrac{ON}{OA}$ Suy ra: $OK=\dfrac{ON.OM}{OA}=\dfrac{OB^2}{OA}$ là không đổi, do đó OK không đổi, OA cố định suy ra K cố định Do O, K cố định và $\widehat{ONK}=90^0$ nên N thuộc đường tròn đường kính OK cố định.	0.25 0.25
V		Vì $a;b;c\in\left[\dfrac{1}{2};1\right]$ nên $a\le1;b\le1;c\le1\Rightarrow b+c+1\ge b+c+a\Rightarrow\dfrac{a}{b+c+1}\le\dfrac{a}{b+c+a}$ Tương tự ta có: $\dfrac{b}{c+a+1}\le\dfrac{b}{c+a+b};\dfrac{c}{a+b+1}\le\dfrac{c}{a+b+c}$ Suy ra: $P\le1$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$	0.25
		Vì $a;b;c\in\left[\dfrac{1}{2};1\right]\Rightarrow a;b;c\ge\dfrac{1}{2}\Rightarrow b+c\ge1\Rightarrow b+c+1\le2(b+c)\Rightarrow\dfrac{a}{b+c+1}\ge\dfrac{a}{2(b+c)}$ Tương tự $\dfrac{b}{c+a+1}\ge\dfrac{b}{2(c+a)};\dfrac{c}{a+b+1}\ge\dfrac{c}{2(a+b)}$. Do đó: $P\ge\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}\right)\ge\dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{2}=\dfrac{3}{4}$. Dễ dàng chứng minh: $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}\ge\dfrac{3}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\dfrac{1}{2}$	0.25