

ĐỀ THI THỦ**MÔN: TOÁN**

*Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm có 01 trang, 10 câu, mỗi câu 1,0 điểm)*

Câu 1. Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{27} + \sqrt{12} - 5\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$.

Câu 2. Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x+y=-5 \\ 3x-2y=-12 \end{cases}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = 2x^2$, có đồ thị là đường Parabol (P).

a) Không tính giá trị của hàm số, hãy cho biết khi x nhận giá trị là các số thực tăng dần từ 2023 đến 2024 thì giá trị tương ứng của hàm số tăng dần hay giảm dần? Vì sao?

b) Tìm giá trị của tham số m để Parabol (P) cắt đường thẳng (d): $y = mx + 3$ tại điểm A có hoành độ bằng 1.

Câu 4. Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2 = 0$ với m là tham số.

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = \sqrt{5}$.

Câu 5. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị của x để $P < -1$.

Câu 6. Quãng đường Thái Nguyên – Hải Phòng dài 150km. Một ô tô từ Thái Nguyên đi Hải Phòng, nghỉ lại ở Hải Phòng hết 3 giờ 15 phút, rồi trở lại Thái Nguyên, hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10km/h.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $\frac{AC}{AB} = \frac{5}{6}$, đường cao $AH = 30cm$. Tính độ dài HB, HC .

Câu 8. Cho đường tròn (O) và dây cung AB không đi qua tâm O . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng OI tại S . Chứng minh đường thẳng SB là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu 9. Cho đường tròn ($O; OA$). Điểm I thuộc đoạn thẳng OA sao cho $AI = \frac{1}{3}AO$. Vẽ đường tròn ($I; IA$).

a) Xác định vị trí tương đối của các đường tròn (O) và (I).

b) Kẻ một đường thẳng qua A , cắt các đường tròn (I) và (O) theo thứ tự ở B và C . Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

Câu 10. Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD với đường tròn (O), với A, B là các tiếp điểm, điểm C ở giữa hai điểm M và D . Đường thẳng đi qua điểm C , vuông góc với OA cắt đoạn thẳng AB tại H . Gọi I là trung điểm của dây CD .

a) Chứng minh bốn điểm A, M, B, I cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh IH song song với AD .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐỀ THI THỬ

NĂM HỌC 2023 - 2024

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

HƯỚNG DẪN CHẤM

(Bản hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)

I. Hướng dẫn chung

- Giám khảo cần nắm vững yêu cầu của hướng dẫn chấm để đánh giá đúng bài làm của thí sinh. Thí sinh làm cách khác đáp án nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Khi vận dụng đáp án và thang điểm, giám khảo cần chủ động, linh hoạt với tinh thần trân trọng bài làm của học sinh.

- Nếu có việc chi tiết hóa điểm các ý cần phải đảm bảo không sai lệch với tổng điểm và được thống nhất trong toàn hội đồng chấm thi.

- Điểm toàn bài là tổng điểm của các câu hỏi trong đề thi, chấm điểm lẻ đến 0,25 và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức: $\begin{aligned} A &= \sqrt{27} + \sqrt{12} - 5\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 3} - 5 1-\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5(\sqrt{3}-1) \\ &= 5 \end{aligned}$	1.0 0.25 0.5 0.25
	Chú ý: Nếu thí sinh không làm bước 1 mà ra ngay bước 2 thì vẫn cho 0.75 điểm Nếu thí sinh ra ngay bước cuối cùng chỉ cho 0.25 điểm	
	Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x + y = -5 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases}$	1.0
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 - 4x \\ 3x - 2(-5 - 4x) = -12 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 - 4x \\ 11x + 22 = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$	0.25
Câu 2	Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (-2; 3)$.	0.25
	Chú ý: Thí sinh giải theo cách cộng đại số đúng hoặc không kết luận nghiệm vẫn cho điểm tối đa. Nếu thí sinh chỉ ra nghiệm mà không giải theo PP thế hay cộng đại số thì chỉ cho 0.5 điểm.	
Câu 3	Cho hàm số $y = 2x^2$, có đồ thị là đường Parabol (P). a) Không tính giá trị của hàm số, hãy cho biết khi x nhận giá trị là số thực tăng dần từ 2023 đến 2024 thì giá trị tương ứng của hàm số tăng dần hay giảm dần? Vì sao? b) Tìm giá trị của tham số m để Parabol (P) cắt đường thẳng (d): $y = mx + 3$ tại điểm	1.0

	A có hoành độ bằng 1.	
	a) Khi x nhận giá trị là các số thực tăng dần từ 2023 đến 2024 thì giá trị tương ứng của hàm số tăng dần. Vì hàm số $y = 2x^2$ có $a = 2 > 0$ nên hàm số đồng biến khi $x > 0$, mà các số thực x nhận giá trị tăng dần từ 2023 đến 2024 đều là các số lớn hơn 0, do đó giá trị tương ứng của hàm số tăng dần.	0.25
	b) Điểm A có hoành độ bằng 1 là giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) : $y = mx + 3$ nên $A \in (P) \Rightarrow y = 2 \cdot 1^2 = 2 \Rightarrow A(1; 2)$ $A \in (d) \Rightarrow 2 = m \cdot 1 + 3 \Leftrightarrow m = -1.$	0.25
Câu 4	Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2 = 0$ với m là tham số. a) Giải phương trình khi $m = 2$. b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $ x_1 - x_2 = \sqrt{5}$.	1.0
	a) Khi $m = 2$, ta có phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ Do $a + b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$. Chú ý: Thí sinh có thể giải bằng cách tính delta đúng vẫn có điểm tối đa.	0.5
	b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow [-(2m-1)^2] - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 - 2) > 0$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 8 > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4} \quad (1).$	0.25
	Khi đó: Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2 \end{cases}$. Vậy: $ x_1 - x_2 = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 5$ $\Leftrightarrow (2m-1)^2 - 4(m^2 - 2) = 5 \Leftrightarrow -4m + 9 = 5 \Leftrightarrow m = 1$ Giá trị $m = 1$ thỏa mãn điều kiện (1) nên giá trị cần tìm là $m = 1$.	0.25
Câu 5	Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 9$. a) Rút gọn biểu thức P . b) Tìm giá trị của x để $P < -1$.	1.0
Câu 5	a) $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ $= \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$	0.25

$$= \left(\frac{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})+x+9}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1-(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \right)$$

0.25

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{3(\sqrt{x}+3)}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \right) = \left(\frac{3}{(3-\sqrt{x})} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{2\sqrt{x}+4} \right) \\ &= \frac{-3\sqrt{x}}{2(2+\sqrt{x})}. \end{aligned}$$

0.25

b) Tìm giá trị của x để $P < -1$.

$$\begin{aligned} P < -1 &\Leftrightarrow P + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x}}{2(2+\sqrt{x})} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 4}{2(2+\sqrt{x})} < 0 \\ &\Leftrightarrow -\sqrt{x} + 4 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 4 \Leftrightarrow x > 16. \end{aligned}$$

0.25

Quãng đường Thái Nguyên – Hải Phòng dài 150km. Một ô tô từ Thái Nguyên đi Hải Phòng, nghỉ lại ở Hải Phòng hết 3 giờ 15 phút, rồi trở lại Thái Nguyên, hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10km/h.

1.0

$$\text{Đổi } 3 \text{ giờ } 15 \text{ phút} = \frac{13}{4} \text{ giờ.}$$

0.25

Gọi vận tốc của ô tô lúc về là x (km/h, $x > 0$). Thời gian xe về là $\frac{150}{x}$ (giờ)

Câu 6

Vận tốc của ô tô lúc đi là $x + 10$ (km/h). Thời gian xe đi là $\frac{150}{x+10}$ (giờ)

0.25

Cả đi và về hết 10 giờ nên theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{150}{x+10} + \frac{13}{4} + \frac{150}{x} = 10$$

$$\Leftrightarrow 27x^2 - 930x - 6000 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 310x - 2000 = 0$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = -\frac{50}{9} \text{ (loại)} \end{cases}$$

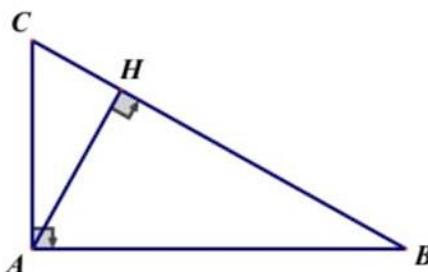
Đổi chiều với điều kiện ta có vận tốc của ô tô lúc về là 40 km/h.

0.25

Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $\frac{AC}{AB} = \frac{5}{6}$, đường cao $AH = 30cm$. Tính độ dài HB, HC .

1.0

Câu 7



0.25

Chú ý: Thí sinh chỉ cần vẽ hình hết giả thiết thì cho 0.25 điểm.

Trong hai tam giác vuông ABC và tam giác vuông HAB ta có

0.25

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AH}{HB} = \frac{5}{6}.$$

$$\Rightarrow HB = \frac{6AH}{5} = \frac{6 \cdot 30}{5} = 36(cm)$$

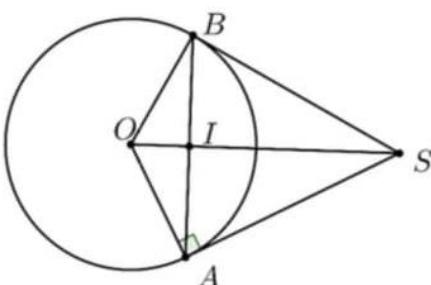
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC , ta có

$$AH^2 = HB \cdot HC \Rightarrow HC = \frac{AH^2}{HB} = \frac{30^2}{36} = 25(cm).$$

Cho đường tròn (O) và dây cung AB không đi qua tâm O . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng OI tại S .
Chứng minh đường thẳng SB là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

0.25

1.0



Chú ý: Thí sinh chỉ cần vẽ hình hết giả thiết thì cho 0.25 điểm.

Do I là trung điểm của dây cung AB nên OI là trung trực của đoạn thẳng AB .

0.25

Tam giác SAO và tam giác SBO bằng nhau vì

0.25

$OA = OB$

SO chung

$SA = SB$ (do OI là trung trực của đoạn AB mà S thuộc OI)

Do đó $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = 90^\circ$

0.25

Vì vậy SB là tiếp tuyến của đường tròn $(O; OA)$.

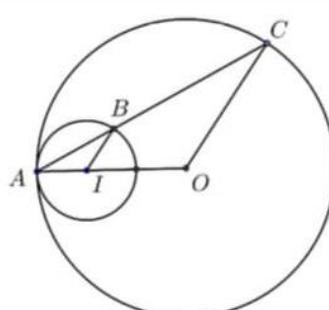
Cho đường tròn $(O; OA)$. Điểm I thuộc đoạn thẳng OA sao cho $AI = \frac{1}{3}AO$. Vẽ đường tròn $(I; IA)$.

a) Xác định vị trí tương đối của các đường tròn (O) và (I) .

1.0

b) Kẻ một đường thẳng qua A , cắt các đường tròn (I) và (O) theo thứ tự ở B và C .

Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.



0.25

Chú ý: Thí sinh chỉ cần vẽ hình hết giả thiết thì cho 0.25 điểm.

Câu 8

Câu 9

a) $OI = OA - IA$ nên hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau tại điểm A .

0.25

b) Tam giác IAB cân tại I ; tam giác OAC cân tại O .

0.25

Mặt khác $\widehat{IAB} = \widehat{OAC}$ nên tam giác IAB và tam giác OAC là hai tam giác đồng dạng.

0.25

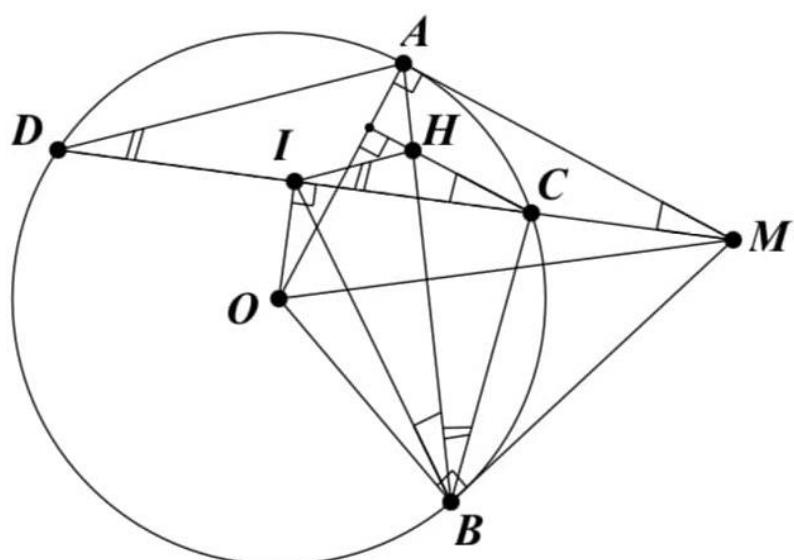
Từ đó ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{AI}{AO} = \frac{1}{3}$.

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua điểm M , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD với đường tròn (O) , với A, B là các tiếp điểm, điểm C ở giữa hai điểm M và D . Đường thẳng đi qua điểm C , vuông góc với OA cắt đoạn thẳng AB tại H . Gọi I là trung điểm của dây CD .

1.0

a) Chứng minh bốn điểm A, M, B, I cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh IH song song với AD .



0.25

Câu 10

a) Ta có AM là tiếp tuyến tại A nên $OA \perp AM$
 BM là tiếp tuyến tại B nên $OB \perp BM$
 I là trung điểm dây CD nên $OI \perp IM$

$\Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{OBM} = \widehat{OIM} = 90^\circ$ nên A, I, B đều thuộc đường tròn đường kính OM . Hay bốn điểm A, M, B, I cùng nằm trên một đường tròn đường kính OM .

0.25

b) Do $\begin{cases} CH \perp OA \\ MA \perp OA \end{cases} \Rightarrow CH$ song song với MA nên $\widehat{AMI} = \widehat{HCI}$ (1).

0.25

Theo ý a) tứ giác $AIBM$ nội tiếp trong một đường tròn nên $\widehat{AMI} = \widehat{ABI}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ABI} = \widehat{HCI}$. Vì vậy tứ giác $HCBI$ nội tiếp được trong một đường tròn, suy ra $\widehat{HBC} = \widehat{ABC} = \widehat{HIC}$ (3).

Mặt khác bốn điểm A, D, B, C cùng thuộc một đường tròn (O) nên $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (4)

0.25

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{HIC}$ nên $IH // AD$.

Chú ý: Thí sinh chỉ cần vẽ hình hết giả thiết thì cho 0.25 điểm.

ĐIỂM TOÀN BÀI

10,0