

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Tính $A = 3\sqrt{8} + 2\sqrt{25} - 2\sqrt{18}$

b) Chứng minh đẳng thức: $\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x-4} = 2$ với $x > 0$ và $x \neq 4$

c) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y = (m + 4)x + 11$ và $y = x + m^2 + 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2 - 11x + 15 = 0$

b) Cho phương trình $x^2 - 14x + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $P = \frac{x_1^2 - 13x_1 + 1}{\sqrt{x_2}} + \frac{x_2^2 - 13x_2 + 1}{\sqrt{x_1}}$

Câu 3 (2,0 điểm). a) Thực hiện kế hoạch của Liên đội, cả hai bạn An và Bình đặt chỉ tiêu thu gom 50 vỏ lon bia để làm kế hoạch nhỏ. Do bạn An vượt chỉ tiêu 20% và bạn Bình vượt chỉ tiêu 15% nên cả hai bạn đã thu gom được 59 vỏ lon bia. Hỏi mỗi bạn đã đặt chỉ tiêu thu gom bao nhiêu lon bia?

b) Một lọ nước hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, chiều cao của cột nước trong lọ là 14 cm. Người ta nhấn chìm một viên bi hình cầu vào trong bình và ngập hoàn toàn trong nước làm nước trong lọ dâng lên, chiều cao của cột nước bây giờ là 16cm. Tính bán kính của viên bi. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 4 (3,0 điểm). Cho ΔABC có ba góc nhọn *không cân* nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH của ΔABC ($H \in BC$). Gọi P, Q lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H đến các đường thẳng AB, AC.

a) Chứng minh tứ giác APHQ nội tiếp.

b) Hai đường thẳng PQ và BC cắt nhau tại M, đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K (K khác A). Chứng minh rằng $MK \cdot MA = MP \cdot MQ$

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCP. Chứng minh ba điểm I, H, K thẳng hàng.

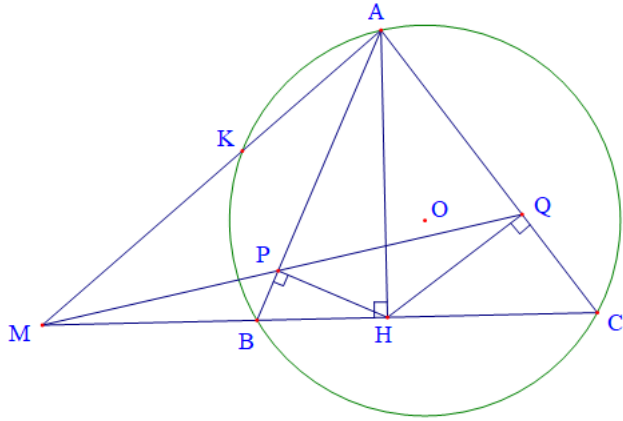
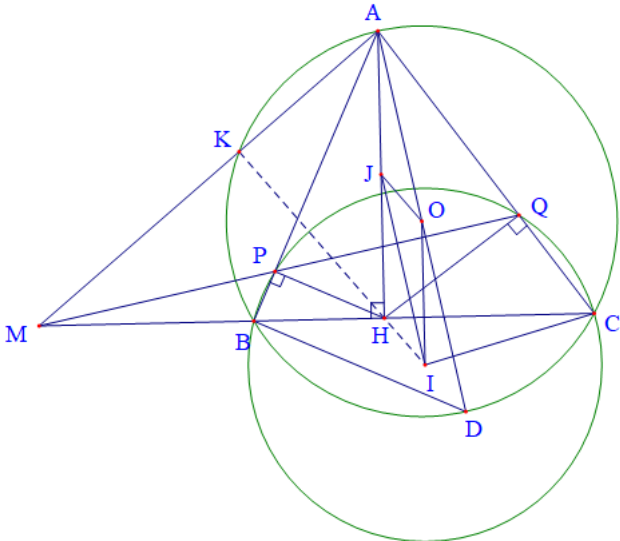
Câu 5 (0,5 điểm).

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y^2 - y(\sqrt{x-1} + 1) + \sqrt{x-1} = 0 \\ x^2 + y - \sqrt{7x^2 - 3} = 0 \end{cases}$$

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm
1.a (1,0đ)	Ta có: $A = 3.2\sqrt{2} + 2.5 - 2.3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 10 - 6\sqrt{2}$	0,75
	$\Rightarrow A = 10$	0,25
1.b (1,0đ)	Ta có $\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x-4} = \frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{x-4} \cdot \frac{x-4}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{x-4} \cdot \frac{x-4}{\sqrt{x}} = 2$	0,75
	Vậy $\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x-4} = 2$ với $x > 0$ và $x \neq 4$	0,25
1.c (0,5đ)	Để đồ thị hai hàm số $y = (m+4)x + 11$ và $y = x + m^2 + 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì $\begin{cases} m+4 \neq 1 \\ 11 = m^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m = \pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$	0,5
2.a (1,0đ)	Ta có $\Delta = (-11)^2 - 4.2.15 = 1 > 0$	0,5
	Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = 3$ và $x_2 = \frac{5}{2}$	0,5
2.b (1,0đ)	Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 14 \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$	0,25
	Lại có x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 14x + 1 = 0$ nên $\begin{cases} x_1^2 - 14x_1 + 1 = 0 \\ x_2^2 - 14x_2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 - 13x_1 + 1 = x_1 \\ x_2^2 - 13x_2 + 1 = x_2 \end{cases}$	0,25
	Khi đó: $P = \frac{x_1}{\sqrt{x_2}} + \frac{x_2}{\sqrt{x_1}} = \frac{x_1\sqrt{x_1} + x_2\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1x_2}} = \sqrt{x_1^3} + \sqrt{x_2^3} = (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})(x_1 + x_2 - \sqrt{x_1x_2})$	0,25
	Mặt khác $(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 14 + 2 = 16 \rightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 4$	
	Vậy $P = 4. (14 - 1) = 52$	0,25
3.a (1,5đ)	Gọi x, y lần lượt là số lon bia bạn An và bạn Bình đặt chỉ tiêu thu gom (x, y nguyên dương và $x, y < 50$)	0,25
	Vì hai bạn An và Bình đặt chỉ tiêu thu gom 50 vỏ lon bia nên ta có phương trình: $x + y = 50$ (1)	0,25
	Do bạn An vượt chỉ tiêu 20% và bạn Bình vượt chỉ tiêu 15% nên cả hai bạn đã thu gom được 59 vỏ lon bia nên ta có phương trình: $1,2x + 1,15y = 59$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 50 \\ 1,2x + 1,15y = 59 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases} (Tm)$	0,25
	Vậy số lon bia bạn An và bạn Bình đặt chỉ tiêu thu gom lần lượt là 30 và 20.	0,25
3.b	Thể tích viên bi bằng thể tích nước dâng lên trong lọ Thể tích của viên bi là: $\pi.4^2.(16 - 14) = 32\pi$ (cm ³)	0,25

(0,5đ)	Với bán kính của viên bi là R, ta có : $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = 32\pi \Rightarrow R \approx 2,88 \text{ (cm)}$	0,25
4.a (1,5đ)	 (Hình vẽ đến câu a cho 0,25 điểm; đến câu b cho 0,5 điểm)	0,5
	Do $HP \perp AB \Rightarrow \widehat{APH} = 90^\circ$	0,25
	Do $HQ \perp AC \Rightarrow \widehat{AQH} = 90^\circ$	0,25
	Từ đó suy ra $\widehat{APH} + \widehat{AQH} = 180^\circ \Rightarrow APHQ$ là tứ giác nội tiếp.	0,5
4.b (1,0đ)	Tứ giác $APHQ$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{PQA} = \widehat{PHA}$ mà $\widehat{PHA} = \widehat{PBC}$ (cùng phụ $\widehat{BAH}$) Do đó $\widehat{PQA} = \widehat{PBC} \Rightarrow$ Tứ giác $BPQC$ nội tiếp. $\triangle MPB \sim \triangle MCQ$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MP}{MC} = \frac{MB}{MQ} \Rightarrow MP \cdot MQ = MB \cdot MC$ (1) $\triangle MBK \sim \triangle MAC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MK}{MC} = \frac{MB}{MA} \Rightarrow MK \cdot MA = MB \cdot MC$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $MK \cdot MA = MP \cdot MQ$ (đpcm).	0,25
4.c (0,5đ)		

	Vẽ đường kính AD của đường tròn (O) $\Rightarrow \widehat{ABD} = 90^\circ$ Ta có $\widehat{DAC} + \widehat{AQP} = \widehat{DBC} + \widehat{ABC} = \widehat{ABD} = 90^\circ \Rightarrow AD \perp PQ$. Lại có MK.MA = MP.MQ nên tứ giác AKPQ nội tiếp mà tứ giác APHQ nội tiếp đường tròn đường kính AH $\Rightarrow 5$ điểm A, K, P, H, Q thuộc đường tròn đường kính AH $\widehat{AKH} = 90^\circ$ hay $HK \perp AM$ (1) Gọi J là trung điểm của AH. Ta có J là tâm của đường tròn đi qua 5 điểm A, K, P, H, Q Có (I) và (J) cắt nhau tại P, Q $\Rightarrow IJ \perp PQ$ (tính chất đường nối tâm) mà $AD \perp PQ \Rightarrow AD \parallel IJ$. Ta có $AO \parallel IJ$ và $AJ \parallel OI \Rightarrow$ Tứ giác $AJOI$ là hình bình hành $\Rightarrow AJ = JH = OI$ mà $AH \parallel OI \Rightarrow$ Tứ giác $JOIH$ là hình bình hành $\Rightarrow IH \parallel OJ$. mà $OJ \perp AK$ (tính chất đường nối tâm) $\Rightarrow IH \perp AM$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow I, H, K$ thẳng hàng.	0,5
5 (0,5đ)	Điều kiện: $x \geq 1, y \in \mathbb{R}$. Từ phương trình thứ nhất ta có $y^2 - y(\sqrt{x-1} + 1) + \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow y(y-1) - \sqrt{x-1}(y-1) = 0$ $\Leftrightarrow (y-1)(y - \sqrt{x-1}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = \sqrt{x-1} \end{cases}$	0,25
	+) Với $y = 1$ thay vào phương trình thứ hai ta được: $x^2 + 1 - \sqrt{7x^2 - 3} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{7x^2 - 3} = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 + 1 = 7x^2 - 3$ $\Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \text{ do } x \geq 1$	
	Với $y = \sqrt{x-1}$ thay vào phương trình thứ hai ta được: $x^2 + \sqrt{x-1} - \sqrt{7x^2 - 3} = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4) + (\sqrt{x-1} - 1) - (\sqrt{7x^2 - 3} - 5) = 0$ $\Leftrightarrow (x-2)(x+2) + \frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1} - \frac{7(x-2)(x+2)}{\sqrt{7x^2-3}+5} = 0$ $\Leftrightarrow (x-2) \left[(x+2) + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} - \frac{7(x+2)}{\sqrt{7x^2-3}+5} \right] = 0$ Ta có $(x+2) + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} - \frac{7(x+2)}{\sqrt{7x^2-3}+5} = (x+2) \left(1 - \frac{7}{\sqrt{7x^2-3}+5} \right) + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1}$ $= (x+2) \frac{\sqrt{7x^2-3}-2}{\sqrt{7x^2-3}+5} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1}$ với $x \geq 1$ ta có $\sqrt{7x^2-3}-2 \geq \sqrt{7-3}-2 \geq 0 \Rightarrow (x+2) \frac{\sqrt{7x^2-3}-2}{\sqrt{7x^2-3}+5} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} > 0$ $\Rightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=1$ Vậy hệ có các nghiệm (1;1) và (2;1)	0,25

.....**Hết**.....

Ghi chú: Thí sinh làm cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.