



Bài I (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{11\sqrt{x}-3}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của A biết $x = 4$

2) Cho $M = A + B$. Chứng minh $M = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

3) Tìm x nguyên lớn nhất để $M < 3$

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một phân xưởng được giao may 400 áo trong một thời gian quy định. Do tăng năng suất lao động, mỗi ngày phân xưởng may thêm 20 áo nên công việc được hoàn thiện sớm hơn quy định 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải may bao nhiêu áo?

2) Một chai nước ngọt 1,5 lít. Hỏi lượng nước ngọt có rót đầy vào 5 cốc thủy tinh hình trụ có bán kính đáy 3cm, chiều cao cốc là 12cm? (lấy $\pi \approx 3,14$ và coi độ dày thành cốc là không đáng kể).

Bài III (2,5 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{4}{x-3} + \sqrt{y+1} = 3 \\ \frac{2}{x-3} - 3\sqrt{y+1} = -2 \end{cases}$$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = mx - m + 1$ và Parabol (P): $y = x^2$.

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 5$

Bài IV (3,0 điểm). Cho nửa đường tròn (O ; R) đường kính AB và dây EF (E thuộc cung AF, $AE < BF$). Các đường thẳng AE và BF cắt nhau tại M ; AF cắt BE tại H.

1) Chứng minh MEHF là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh BF. BM = BH. BE.

3) Gọi I là trung điểm của MH. Chứng minh IO vuông góc với EF và OF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MEF.

Bài V (0,5 điểm). Giải phương trình $5\sqrt{x^3 + 1} = 2(x^2 + 2)$

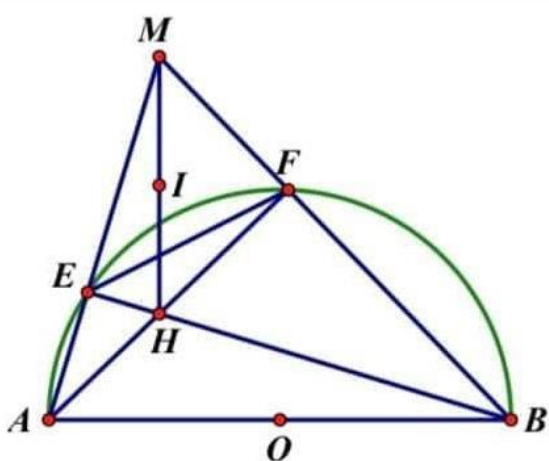
--- HẾT ---

HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI KIỂM TRA KHẢO SÁT TOÁN LỚP 9

Năm học 2022-2023

Bài	Nội dung	Điểm
Bài I (2,0đ)	Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{11\sqrt{x}-3}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$	
	1) Tính giá trị của A biết $x = 4$	0,5
	Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A	0,25
	Tính được $A = \frac{4}{5}$	0,25
	2) Cho $M = A + B$. Chứng minh $M = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	1,0
	$M = A + B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{11\sqrt{x}-3}{x-9}$	0,25
	$M = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{11\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	
	$M = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) + 11\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$M = \frac{3x + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	
	$M = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$M = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ (điều phải chứng minh)	0,25
	3) Tìm x nguyên lớn nhất để $M < 3$	0,5
	$M < 3 \Rightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} < 3 \Rightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - 3 < 0$	0,25
	$\Rightarrow \frac{3\sqrt{x} - 3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}-3} < 0$	
	$\Rightarrow \frac{9}{\sqrt{x}-3} < 0$	
	$\Rightarrow \sqrt{x}-3 < 0$	
	$\Rightarrow \sqrt{x} < 3$	
	$\Rightarrow x < 9 \text{ mà } x \geq 0; x \neq 9$	0,25
	$\Rightarrow 0 \leq x < 9 \text{ mà } x \text{ nguyên lớn nhất}$	
	$\Rightarrow x = 8$	0,25

Bài II (2,0đ)	1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình : Một phân xưởng được giao may 400 áo trong một thời gian quy định. Do tăng năng suất lao động, mỗi ngày phân xưởng may thêm 20 áo nên công việc được hoàn thiện sớm hơn quy định 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải may bao nhiêu áo?	1,5
	Gọi số áo mỗi ngày phân xưởng may theo kế hoạch là x (áo, $x \in \mathbb{N}^*$)	0,25
	Số áo mỗi ngày phân xưởng may theo thực tế là $x + 20$ (áo)	0,25
	Thời gian phân xưởng hoàn thiện công việc theo kế hoạch là $\frac{400}{x}$ (ngày) Thời gian phân xưởng hoàn thiện công việc theo thực tế là $\frac{400}{x+20}$ (ngày)	0,25
	Vì thực tế phân xưởng hoàn thiện công việc sớm hơn quy định 1 ngày nên ta có phương trình $\frac{400}{x} - \frac{400}{x+20} = 1$	0,25
	Giải phương trình (1) ta được $x = 80$ (TMDK); $x = -100$ (Loại)	0,25
	Vậy số áo mỗi ngày phân xưởng may theo kế hoạch là 80 (áo)	0,25
	2) Một chai nước ngọt 1,5 lít. Hỏi lượng nước ngọt có rót đầy vào 5 cốc thủy tinh hình trụ có bán kính đáy 3cm, chiều cao cốc là 12cm? (lấy $\pi \approx 3,14$ và coi độ dày thành cốc là không đáng kể).	0,5
	Thể tích một cốc thủy tinh hình trụ là $V = \pi R^2 h$ $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 12$ $V \approx 108,3,14$ $V \approx 339,12 \text{ (cm}^3\text{)}$ $V \approx 0,33912 \text{ (l)}$ Thể tích 5 cốc thủy tinh hình trụ là $V_1 \approx 5 \cdot 0,33912 \text{ (l)}$ $V_1 \approx 1,6956 \text{ (l)} > 1,5 \text{ (l)}$	0,25
	Vậy chai nước ngọt không đủ rót đầy vào 5 cốc thủy tinh.	0,25
Bài III (2,5 đ)	1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{4}{x-3} + \sqrt{y+1} = 3 \\ \frac{2}{x-3} - 3\sqrt{y+1} = -2 \end{cases}$	1,0
	Đk: $x \neq 3; y \geq -1$	0,25
	$\begin{cases} \frac{4}{x-3} + \sqrt{y+1} = 3 \\ \frac{2}{x-3} - 3\sqrt{y+1} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{y+1} = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (Tm)} \\ y = 0 \text{ (Tm)} \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có 1 nghiệm $(x;y) = (5 ; 0)$	0,25
	2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = mx - m + 1$ và Parabol $(P): y = x^2$. a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	1,0
	Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:	0,5

	$x^2 = mx - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx + m - 1 = 0 \quad (1)$ $a = 1; b = -m; c = m - 1$ Có $a + b + c = \dots = 0$ $\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm $1; m - 1$	
	Đề (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1 \neq m - 1$ $\Leftrightarrow m \neq 2$	0,25
	Vậy $m \neq 2$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt	0,25
	b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 5$	0,5
	Vậy $m \neq 2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $1; m - 1$ Cần $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$	0,25
	+ TH1: Chọn $x_1 = 1; x_2 = m - 1$ Mà $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 5$ $\Rightarrow \frac{1}{1} + \frac{2}{m - 1} = 5$ Giải ra $m = \frac{3}{2}$ (TMĐK) + TH2: Chọn $x_2 = 1; x_1 = m - 1$ Mà $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 5$ $\Rightarrow \frac{1}{m - 1} + \frac{2}{1} = 5$ Giải ra $m = \frac{4}{3}$ (TMĐK) Vậy với $m = \frac{3}{2}; \frac{4}{3}$ thì ...	0,25
Bài IV (3,0đ)	Cho nửa đường tròn (O ; R) đường kính AB và dây EF (E thuộc cung AF, $AE < BF$). Các đường thẳng AE và BF cắt nhau tại M ; AF cắt BE tại H.	1,0
	1) Chứng minh MEHF là tứ giác nội tiếp.	
		

	Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
	Chứng minh được $\widehat{MEH} = \widehat{MFH} = 90^0$	0,25
	$\widehat{MEH} + \widehat{MFH} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ Mà 2 đỉnh E và F là 2 đỉnh đối nhau	0,25
	Suy MEHF là tứ giác nội tiếp	0,25
	2) Chứng minh BF. BM = BH. BE.	1,0
	Xét $\triangle BHF$ và $\triangle BME$ có $\widehat{HBF}$ chung	0,25
	$\widehat{BFH} = \widehat{BEM}$ (vì MEHF là tứ giác nội tiếp)	0,25
	Suy ra $\triangle BHF$ đồng dạng $\triangle BME$ (g-g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{BH}{BM} = \frac{BF}{BE}$ (tỉ số đồng dạng) $\Rightarrow$ BF. BM = BH. BE (đpcm)	0,25
	3) Gọi I là trung điểm của MH. Chứng minh IO vuông góc với EF và OF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MEF.	1,0
	Chứng minh được IE = IF; OE = OF	0,25
	Suy ra IO là đường trung trực của EF	0,25
	Suy ra IO vuông góc với EF	0,25
	Chứng minh được đường tròn (I) ngoại tiếp $\triangle MEF$ Góc IFM = góc IMF; góc OFB = góc OBF	0,25
	Chỉ ra được MH vuông góc với AB Suy ra góc IMF + góc OBF = 90^0 Suy ra IFO = 90^0 $\Rightarrow$ góc IFO = 90^0 Suy ra (đpcm)	0,25
Bài V (0,5đ)	Giải phương trình $5\sqrt{x^3 + 1} = 2(x^2 + 2)$	0,5
	$5\sqrt{x^3 + 1} = 2(x^2 + 2)$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = 2[(x+1) + (x^2-x+1)]$ Đặt $a = \sqrt{x^2-x+1}$; $b = \sqrt{x+1}$ ($a, b \geq 0$) Có phương trình $2a^2 - 5ab + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-2b)(2a-b) = 0$ $a = 2b \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$ (TM)	0,25
	$b = 2a \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm	0,25

Lưu ý: Học sinh làm đúng theo cách khác vẫn cho điểm tối đa.