

Câu 1 (2,5 điểm). a) Tính giá trị biểu thức: $A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{60}$.

b) Rút gọn biểu thức: $B = \left(\frac{4}{\sqrt{x} - 3} - \frac{\sqrt{x}}{x - 3\sqrt{x}} \right) : \frac{x}{\sqrt{x} - 3}$ với $x > 0, x \neq 9$.

c) Gọi (c) là đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = x + 2$. Viết phương trình đường thẳng (c).

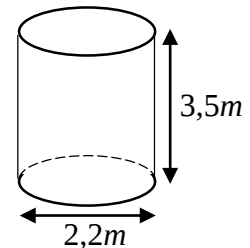
Câu 2 (2,0 điểm). a) Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 14 = 0$.

b) Cho phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $P = x_1^3 + x_2^3 - \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Đại hội Công đoàn huyện Nghi Lộc lần thứ IX, nhiệm kỳ 2023-2028 dự kiến tổ chức vào ngày 07 tháng 6 năm 2023. Để chuẩn bị ghế ngồi cho đại biểu, Ban Tổ chức sử dụng hội trường 300 chỗ ngồi có đúng 300 ghế được chia đều cho các dãy. Nếu bớt mỗi dãy 3 ghế và thêm 5 dãy thì số ghế trong hội trường không thay đổi. Hỏi ban đầu, số ghế trong hội trường được chia thành bao nhiêu dãy?

b) Một bồn chứa xăng hình trụ có đường kính đáy $2,2m$ và chiều cao $3,5m$ (Hình vẽ). Biết rằng, cứ $1kg$ sơn thì sơn được $8m^2$. Hỏi để sơn bề mặt ngoài của bồn chứa xăng hết bao nhiêu kg sơn? Giả sử bề dày thành bồn chứa xăng không đáng kể. ($\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).



Câu 4 (3,0 điểm). Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ tiếp tuyến AM, AN với M, N là tiếp điểm và cát tuyến APQ ($AP < AQ$ và M nằm trên cung nhỏ PQ). Gọi D là trung điểm PQ, T là giao điểm của MD với (O).

a) Chứng minh tứ giác $AMON$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $NT \parallel PQ$.

c) Kéo dài MO cắt (O) tại K , từ O kẻ đường thẳng vuông góc với OM cắt (O) tại I và L . Gọi E là điểm bất kỳ trên cung nhỏ IK (E không trùng với I và K). Nối ME, LE cắt OI, OK lần lượt tại F và H . Chứng minh rằng: $\frac{OF}{IF} + \frac{OH}{KH} \geq \sqrt{2}$.

Câu 5 (0,5 điểm).

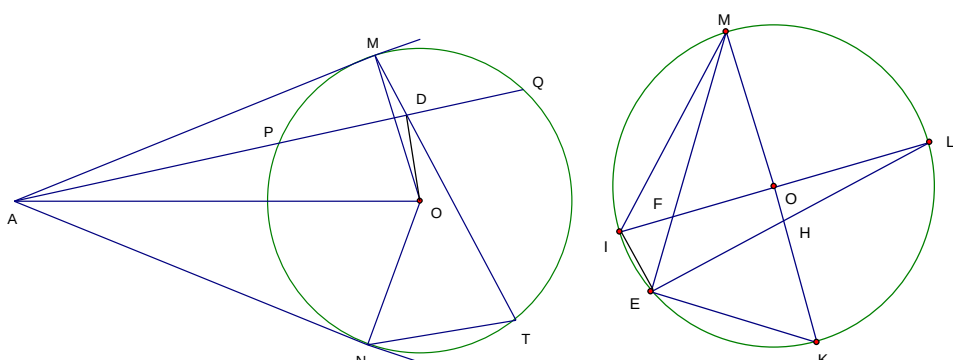
Cho a, b là các số thực dương làm cho phương trình $x^2 - 2(a - 2b)x + a^2 + b^2 = 0$ có nghiệm. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{ab}{a^2 - 2ab + 3b^2}$.

..... Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2023-2024
Môn: TOÁN

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 1		2,5đ
a) 1,0đ	$A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{60}$ $= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15}$ (3 x 0,25đ = 0,75đ)	0,75đ
	$= 6.$	0,25đ
b) 0,75đ	$B = \left(\frac{4}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}}{x-3\sqrt{x}} \right) : \frac{x}{\sqrt{x}-3} \Rightarrow B = \left(\frac{4}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{x}$	0,25đ
	$B = \left(\frac{4}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}-3} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{x}$	0,25đ
	$B = \frac{3}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{x} \Rightarrow B = \frac{3}{x}.$	0,25đ
c) 0,75đ	Giả sử đường thẳng (c) có phương trình $y = ax + b$. Do (c) song song với đường thẳng $y = x + 2$ mà đường thẳng $y = x + 2$ có hệ số góc là 1 nên $a = 1, b \neq 2$ (1)	0,25đ
	Do (c) đi qua điểm $(-1; 4)$ nên ta có: $4 = -a + b$ (2)	0,25đ
	Từ (1) và (2) tính được $a = 1, b = 5$. Vậy đường thẳng (c) có phương trình: $y = x + 5$.	0,25đ
Câu 2		2,0đ
a) 1,0đ	Tính được $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-14) = 121 > 0$	0,25đ
	Tính được $\sqrt{\Delta} = 11$.	0,25đ
	Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = 2$	0,25đ
	$x_2 = -7/2$.	0,25đ
b) 1,0đ	Theo hệ thức Viet ta có: $x_1 + x_2 = 5; x_1 \cdot x_2 = 6 \Rightarrow x_1 > 0; x_2 > 0$.	0,25đ
	Ta có: $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = 5^3 - 3 \cdot 6 \cdot 5 = 35$.	0,25đ
	Đặt $Q = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \Rightarrow Q^2 = (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2}$ $= 5 + 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ $Q = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ vì $\sqrt{3} + \sqrt{2} > 0$.	0,25đ
	Vậy $P = 35 - \sqrt{3} - \sqrt{2}$.	0,25đ
Câu 3		2,0đ
a) 1,25đ	Gọi số dây ghê ban đầu là x (Đơn vị: ghê; x nguyên dương)	0,25đ
	Số ghê mỗi dây ban đầu là: $\frac{300}{x}$ (ghê)	0,25đ
	Số ghê mỗi dây sau khi bố trí thêm 5 dây là: $\frac{300}{x+5}$ (ghê)	0,25đ
	Lập được phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3$ Đưa được về PT bậc 2: $x^2 + 5x - 500 = 0$	0,25đ

	Giải phương trình tìm được nghiệm: $x_1 = 20$ (TM), $x_2 = -25$ (loại). Vậy, ban đầu hội trường có 20 dãy ghế.	0,25đ
b) 0,75đ	Tính được bán kính đáy là: $2,2 : 2 = 1,1$ (m)	0,25đ
	Diện tích toàn phần bồn chứa xăng: $S_{TP} = 2\pi r^2 + 2\pi rh \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1,1^2 + 2 \cdot 3,14 \cdot 1,1 \cdot 3,5 = 31,7768$ (m ²)	0,25đ
	Số kg sơn cần để sơn mặt ngoài bồn chứa xăng là: $31,7768 : 8 \approx 3,97$ (kg)	0,25đ
Câu 4		3,0đ
0,5đ	 (Hình vẽ câu a, b) (Hình vẽ câu c)	0,5đ (chỉ vẽ hình câu a: 0,25đ). Không có hình vẽ thì không chấm bài hình
a) 1,0đ	Ta có: $OM \perp AM$ (AM là tiếp tuyến (O)) $\Rightarrow \angle AMO = 90^\circ$	0,25đ
	$ON \perp AN$ (AN là tiếp tuyến (O)) $\Rightarrow \angle ANO = 90^\circ$	0,25đ
	Tứ giác AMON có $\angle AMO + \angle ANO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25đ
	Nên tứ giác AMON nội tiếp (Tổng 2 góc đối diện bằng 180°)	0,25đ
b) 1,0đ	Chứng minh được tứ giác AMDO nội tiếp ($\angle AMO = 90^\circ$ do AM là tiếp tuyến; $\angle ADO = 90^\circ$ do D là trung điểm dây PQ $\Rightarrow OD \perp PQ$)	0,25đ
	$\Rightarrow \angle ADM = \angle AOM$ (*) (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AM...)	0,25đ
	OA là tia phân giác $\angle MON \Rightarrow \angle AOM = 1/2 \angle MON$ (**)	0,25đ
	Chứng minh được: $\angle MTN = 1/2 \angle MON$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung (***)) Từ (*), (**) và (***) $\Rightarrow \angle ADM = \angle MTN$. Mà $\angle ADM$ và $\angle MTN$ ở vị trí đồng vị nên $NT \parallel PQ$.	0,25đ
c) 0,5đ	Chứng minh được $\triangle FIM \sim \triangle IEM$ ($\angle C$ chung, $\angle FIM = \angle IEM$; $ML = MI$) $\Rightarrow \frac{IF}{IE} = \frac{IM}{EM} \Rightarrow IF = \frac{IE \cdot IM}{EM}$ (i) Chứng minh được $\triangle OFM \sim \triangle EKM$ ($\angle FOM = \angle KEM = 90^\circ$; $\angle M$ chung) $\Rightarrow \frac{OF}{EK} = \frac{OM}{EM} \Rightarrow OF = \frac{OM \cdot EK}{EM}$ (ii) Từ (i) và (ii) ta có: $\frac{OF}{IF} = \frac{OM \cdot EK}{IM \cdot IE} = \frac{EK}{\sqrt{2} \cdot IE}$ (Vì $IM = \sqrt{2} OM$) Chứng minh tương tự ta cũng có $\frac{OH}{KH} = \frac{IE}{\sqrt{2} \cdot EK}$ Do đó $\frac{OF}{IF} \cdot \frac{OH}{KH} = \frac{EK}{\sqrt{2} \cdot IE} \cdot \frac{IE}{\sqrt{2} \cdot EK} = \frac{1}{2}$	0,25đ

	Ta có $\left(\sqrt{\frac{OF}{IF}} - \sqrt{\frac{OH}{KH}}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow$ $\left(\sqrt{\frac{OF}{IF}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{OH}{KH}}\right)^2 - 2\sqrt{\frac{OF}{IF}} \cdot \sqrt{\frac{OH}{KH}} \geq 0$ $\Rightarrow \frac{OF}{IF} + \frac{OH}{KH} \geq 2\sqrt{\frac{OF}{IF} \cdot \frac{OH}{KH}} \text{ Mà } \frac{OF}{IF} \cdot \frac{OH}{KH} = \frac{1}{2}. \text{ Do đó } \frac{OF}{IF} + \frac{OH}{KH} \geq \sqrt{2}.$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{OF}{IF} = \frac{OH}{KH} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow E$ là trung điểm IK.	0,25đ
Câu 5		0,5đ
0,5đ	Xét phương trình $x^2 - 2(a - 2b)x + a^2 + b^2 = 0$ Có $\Delta' = (a - 2b)^2 - 1(a^2 + b^2)$ $\Delta' = a^2 - 4ab + 4b^2 - a^2 - b^2 = 3b^2 - 4ab$ Để phương trình đã cho có nghiệm thì $3b^2 - 4ab \geq 0 \Leftrightarrow b^2 \geq \frac{4ab}{3}$ Ta có: $a^2 - 2ab + 3b^2 = \left(a^2 + \frac{9}{16}b^2\right) - 2ab + \frac{39}{16}b^2$ Do a, b dương. Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có: $a^2 + \frac{9}{16}b^2 \geq 2\sqrt{a^2 \cdot \frac{9}{16}b^2} = 2 \cdot \frac{3}{4}ab = \frac{3}{2}ab$	0,25đ
	$\Rightarrow a^2 - 2ab + 3b^2 \geq \frac{3}{2}ab - 2ab + \frac{39}{16}b^2$ Mà $b^2 \geq \frac{4ab}{3} \Rightarrow a^2 - 2ab + 3b^2 \geq \frac{11}{4}ab$ $P = \frac{ab}{a^2 - 2ab + 3b^2} \leq \frac{4}{11}. \text{ Vậy Max } P = \frac{4}{11} \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}b.$	0,25đ

Lưu ý:

- Trên đây chỉ mang tính hướng dẫn chấm.
- Học sinh làm đúng, chặt chẽ mới cho điểm tối đa.
- Học sinh làm cách khác đúng thì cho điểm tương ứng.