

Câu 1 (2,0 điểm)

- Giải phương trình: $x^2 - x - 20 = 0$
- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = -2 \\ \frac{x+6}{4} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức

$$A = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{x - 2\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 6} - \frac{x - 9}{x + 6\sqrt{x} + 9} \right) \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 4.$$

2) Cho hàm số bậc nhất $y = (a - 2)x - 2a + 3$ có đồ thị là đường thẳng (d). Xác định giá trị của a để đường thẳng (d) cắt đường thẳng (d'): $y = 2x + 1$ tại điểm cách trục tung 2 đơn vị.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Một học sinh được giao phải làm 120 bài tập trong thời gian nhất định, chia đều cho các ngày. Sau khi làm được 5 ngày theo đúng kế hoạch, học sinh đó nghỉ một ngày. Để hoàn thành đúng thời gian đã định, mỗi ngày còn lại học sinh đó phải làm tăng thêm 3 bài tập so với kế hoạch ban đầu. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày học sinh đó làm bao nhiêu bài tập.

b) Tìm m để phương trình bậc hai $4x^2 - 17x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt thoả mãn $\sqrt{x_1} - 2\sqrt{x_2} = 1$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC. Kẻ tiếp tuyến AM với đường tròn. Gọi H là hình chiếu của M trên AC. Tia MH cắt đường tròn tại điểm thứ hai là N.

a) Chứng minh: OA là phân giác góc MON và AN là tiếp tuyến của (O).

b) Lấy điểm E thuộc cung nhỏ MN sao cho $EM < EN$. Đường thẳng AE cắt đường tròn tại điểm F (F không trùng với E). Gọi I là trung điểm EF, K là giao điểm của EF với MN.

Chứng minh: $AK \cdot AI = AE \cdot AF$

c) Đường thẳng qua E song song với AN cắt MN tại P, FP cắt AN tại Q. Chứng minh Q là trung điểm của AN.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $S = \sqrt{\frac{x}{2y+2z-x}} + \sqrt{\frac{y}{2z+2x-y}} + \sqrt{\frac{z}{2x+2y-z}}$.

..... Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ TOÁN - NGÀY 18/5/2023

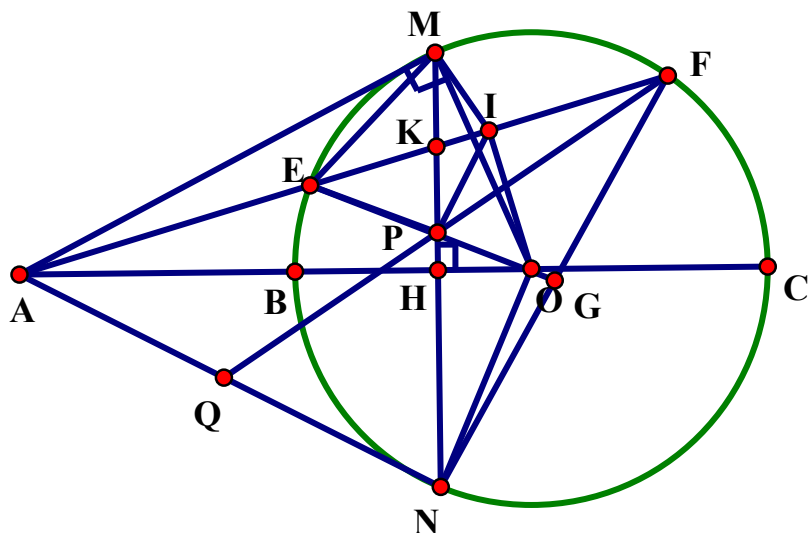
Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

Câu	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	<i>a) (1 điểm)</i>	
	$x^2 - x - 20 = 0$ $\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-20) = 81 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9$	0,5
	$\Rightarrow x_1 = \frac{1+9}{2} = 5; x_2 = \frac{1-9}{2} = -4$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 5; x_2 = -4$	0,25
	<i>b) (1 điểm)</i>	
	$\begin{cases} 2x - y = -2 \\ \frac{x+6}{4} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ 3(x+6) - 2y = 12 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = -4 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$	0,25	
Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 6)$		0,25
2 (2,0 điểm)	<i>a) (1 điểm)</i>	
	$A = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{x - 2\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 6} - \frac{x - 9}{x + 6\sqrt{x} + 9} \right)$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)^2} \right)$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3} \right)$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \frac{3}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
$= 1 - 1 = 0$		0,25
Vậy $A = 0$, với $x > 0$ và $x \neq 4$		0,25
<i>b) (1 điểm)</i>		

	<p>Xét (d): $y = (a - 2)x - a + 3$</p> <p>(d'): $y = 2x + 1$</p> <p>ĐK (d) là hàm số bậc nhất thì $a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$</p> <p>ĐK để (d) cắt (d') thì $a - 2 \neq 2 \Leftrightarrow a \neq 4$</p>	0,25
	<p>d cắt đường thẳng d': $y = 2x + 1$ tại điểm cách trục tung 2 đơn vị.</p> <p>$\Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -2$</p> <p>TH 1: $x = 2$, thay vào công thức của (d') có: $y = 2.2 + 1 = 5$</p> <p>Thay $x = 2$; $y = 5$ vào công thức của (d) có:</p> <p>$(a - 2). 2 - a + 3 = 5 \Leftrightarrow 2a - 4 - a + 3 = 5$</p> <p>$\Leftrightarrow a - 1 = 5 \Leftrightarrow a = 6$ (t/m)</p>	0,25
	<p>TH 2: $x = -2$, thay vào công thức của (d') có: $y = 2.(-2) + 1 = -3$</p> <p>Thay $x = -2$; $y = -3$ vào công thức của d có:</p> <p>$(a - 2). (-2) - a + 3 = -3$</p> <p>$\Leftrightarrow -2a + 4 - a + 3 = -3$</p> <p>$\Leftrightarrow -3a = -10 \Leftrightarrow a = -10/3$ (/tm)</p>	0,25
	Vậy $a = 6$, $a = -10/3$ là các giá trị cần tìm.	0,25
3 (2,0 điểm)	<i>a) (1 điểm)</i>	
	<p>Gọi số bài tập mỗi ngày học sinh đó dự định làm là x (bài)</p> <p>($x \in \mathbb{N}^*$)</p> <p>Thời gian dự định làm hết 120 bài tập là: $\frac{120}{x}$ (ngày)</p> <p>Sau 5 ngày đầu tiên đã làm hết số bài là: $5x$ (bài)</p> <p>Số bài còn lại là: $120 - 5x$ (bài)</p> <p>Mỗi ngày còn lại làm số bài là: $x + 3$ (bài)</p> <p>Thời gian làm số bài còn lại là: $\frac{120 - 5x}{x + 3}$ (ngày)</p>	0,25
	Vì học sinh đó hoàn thành bài theo đúng kế hoạch đặt ra nên có pt:	0,25
	$5 + 1 + \frac{120 - 5x}{x + 3} = \frac{120}{x}$ <p>$\Leftrightarrow 6x(x + 3) + (120 - 5x)x = 120(x + 3)$</p> <p>$\Leftrightarrow 6x^2 + 18x + 120x - 5x^2 - 120x - 360 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow x^2 + 18x - 360 = 0$</p> <p>Giải pt ta được $x = -30$(loại) hoặc $x = 12$(t/m).</p>	0,25
	Vậy theo kế hoạch mỗi ngày học sinh đó làm 12 bài tập	0,25
	<i>b) (1 điểm)</i>	

	<p>Phương trình bậc hai $4x^2 - 17x + m - 1 = 0$ có :</p> $\Delta = (-17)^2 - 4.4.(m - 1) = 305 - 16m$ <p>*) Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0$</p> $\Rightarrow 305 - 16m > 0 \Leftrightarrow -16m > -305 \Leftrightarrow m < \frac{305}{16}$ <p>Áp dụng hệ thức Vi – et có : $x_1 + x_2 = \frac{17}{4}$ (1) ; $x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{4}$ (2)</p> <p>*) Để hai nghiệm dương thì $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$</p>	0,25
	<p>Theo bài ra : $\sqrt{x_1} - 2\sqrt{x_2} = 1$ (3)</p> <p>Đặt $\sqrt{x_1} = a$; $\sqrt{x_2} = b$. ĐK : $a > 0, b > 0 \Rightarrow x_1 = a^2$; $x_2 = b^2$</p> <p>Thay vào (3) có : $a - 2b = 1 \Leftrightarrow a = 2b + 1$</p> <p>Thay vào (1) có : $(2b + 1)^2 + b^2 = \frac{17}{4}$</p>	0,25
	$\Leftrightarrow 4b^2 + 4b + 1 + b^2 = \frac{17}{4}$ $\Leftrightarrow 5b^2 + 4b + 1 = \frac{17}{4}$ $\Leftrightarrow 20b^2 + 16b + 4 = 17$ $\Leftrightarrow 20b^2 + 16b - 13 = 0$ <p>Giải phương trình có $b = \frac{1}{2}$ (t/m) hoặc $b = \frac{-13}{10}$ (loại)</p> $a = 2b + 1 = 2$	0,25
	<p>Với $a = 2$ có : $\sqrt{x_1} = 2 \Leftrightarrow x_1 = 4$</p> <p>$b = \frac{1}{2}$ có : $\sqrt{x_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{4}$</p> <p>Thay x_1; x_2 vào điều kiện (2) có : $4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{m-1}{4}$</p> $\Leftrightarrow m - 1 = 4 \Leftrightarrow m = 5 \text{ (t/m)}$ <p>Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.</p>	0,25
	a) (1,0 điểm)	

4 (3,0 điểm)		0,25
	<p>Có $OM = ON = R \Rightarrow \Delta OMN$ cân tại O Mà $OA \perp MN$ tại H(gt) \Rightarrow OA đồng thời là phân giác góc MON</p>	0,25
	<p>Xét ΔMOA và ΔNOA có: $OM = ON = R$; $\widehat{MOA} = \widehat{NOA}$ (cmt); OA là cạnh chung $\Rightarrow \Delta MOA = \Delta NOA$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OMA} = \widehat{ONA}$ (hai góc tương ứng) Có $\widehat{OMA} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{ONA} = 90^\circ \Rightarrow AN \perp ON$ tại $N \in (O)$ $\Rightarrow AN$ là tiếp tuyến của (O)</p>	0,25
	<p><i>b) (1,0 điểm)</i></p>	
	<p>Có I là trung điểm EF $\Rightarrow OI \perp EF$ (quan hệ đường kính và dây) Có $\widehat{OIA} = 90^\circ$ (cmt)</p>	0,25
	<p>Xét ΔAKH và ΔAOI có \widehat{HAK} chung; $\widehat{AHK} = \widehat{AIO} = 90^\circ$ $\Rightarrow \Delta AKH \sim \Delta AOI$ (g.g) $\Rightarrow AK \cdot AI = AH \cdot AO$ (1)</p>	
	<p>ΔAMO vuông tại M có MH là đường cao $\Rightarrow AH \cdot AO = AM^2$ (hệ thức lượng) (2)</p>	0,25
	<p>C/m $\Delta AME \sim \Delta AFM$ vì \widehat{MAE} chung; $\widehat{AME} = \widehat{AFM}$ (cùng chắn \widehat{ME}) $AM^2 = AE \cdot AF$ (3)</p>	0,25
	<p>Từ (1), (2) và (3) ta có: $AK \cdot AI = AE \cdot AF$</p>	0,25
	<p><i>c) (1,0 điểm)</i></p>	
	0,25	



Gọi G là giao điểm của EP và NF

+) Có $EP \parallel AN \Rightarrow \widehat{FEP} = \widehat{FAN}$ (đồng vị) mà $\widehat{FAN} = \widehat{IMN}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung NI của đường tròn đường kính AO)

$\Rightarrow \widehat{IEP} = \widehat{IMP}$ Mà 2 đỉnh E và M là 2 đỉnh liên tiếp.

\Rightarrow Tứ giác MEPI nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{EMP} = \widehat{EIP}$ (cùng nhìn cạnh EP)

Có: $\widehat{EMP} = \widehat{EFN}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EN)

$\Rightarrow \widehat{EIP} = \widehat{EFN}$ suy ra $IP \parallel FN$ hay $IP \parallel FG$,

Có I là trung điểm EF \Rightarrow P là trung điểm EG $\Rightarrow PE = PG$ (3)

Ta có $EG \parallel AN$ (gt) $\Rightarrow \frac{EP}{AQ} = \frac{FP}{FQ} = \frac{PG}{QN}$ (Ta lét) (4)

Từ (3) và (4) ta có $AQ = QN$

Suy ra Q là trung điểm của AN.

Vì x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác

$\Rightarrow x, y, z > 0$ và $2y + 2z - x > 0$; $2z + 2x - y > 0$; $2x + 2y - z > 0$

Ta có: $S = \sqrt{\frac{x}{2y + 2z - x}} + \sqrt{\frac{y}{2z + 2x - y}} + \sqrt{\frac{z}{2x + 2y - z}}$

$= \sqrt{\frac{3x^2}{3x(2y + 2z - x)}} + \sqrt{\frac{3y^2}{3y(2z + 2x - y)}} + \sqrt{\frac{3z^2}{3z(2x + 2y - z)}}$

$= \sqrt{3} \left(\frac{x}{\sqrt{3x(2y + 2z - x)}} + \frac{y}{\sqrt{3y(2z + 2x - y)}} + \frac{z}{\sqrt{3z(2x + 2y - z)}} \right)$

**5
(1,0
điểm)**

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

	<p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có</p> $\sqrt{3x(2y + 2z - x)} \leq x + y + z$ $\sqrt{3y(2z + 2x - y)} \leq x + y + z; \sqrt{3z(2x + 2y - z)} \leq x + y + z$ <p>Suy ra $S \geq \sqrt{3} \left(\frac{x + y + z}{x + y + z} \right) = \sqrt{3}$.</p>	0,25
	<p>Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} 2y + 2z - x = 3x \\ 2z + 2x - y = 3y \\ 2x + 2y - z = 3z \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z$</p> <p>Vậy $\text{Min}S = \sqrt{3}$ khi đó tam giác đã cho là tam giác đều.</p>	0,25