

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P = (\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{63}) \cdot \sqrt{7}$

b) $Q = \left(\frac{\sqrt{a}}{a - 3\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} + 3} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{9}{\sqrt{a}} \right)$ với $a > 0, a \neq 9$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$

b) Tìm m biết, đồ thị hàm số $y = (m^2 - 1)x^2$ (m là tham số) đi qua điểm A(-1; 8).

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{2} - \frac{8}{x_1 x_2}$.

b) Đường cao tốc Bắc – Nam là công trình trọng điểm Quốc gia. Gói thầu qua Huyện Can Lộc, giai đoạn một. Hai nhà thầu làm trong 4 tháng thì xong. Nếu mỗi nhà thầu làm riêng, để hoàn thành công việc thì thời gian nhà thầu thứ nhất ít hơn nhà thầu thứ hai là 6 tháng. Hỏi nếu làm riêng thì nhà thầu thứ nhất phải làm trong bao nhiêu lâu thì xong.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, Đường cao AH (H thuộc BC). Gọi M là trung điểm của BC. Biết AH = 2cm, AC = 4cm. Tính số đo góc ACB và chu vi tam giác MAC. (Lấy tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)

Câu 5. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$, AD là phân giác của $\widehat{BAC}$ (D thuộc BC). Vẽ đường thẳng qua D và vuông góc với đường thẳng BC cắt đoạn AC tại K, cắt đường thẳng AB tại P. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác PBC.

a) Chứng minh: Tứ giác PADC nội tiếp trong một đường tròn. Xác định vị trí tâm I của đường tròn đó.

b) Chứng minh: DO//BK

Câu 6. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{a}{a + \sqrt{3a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{3b + ac}} + \frac{c}{c + \sqrt{3c + ab}}$

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh Số báo danh

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P = (\sqrt{5} - \sqrt{75} + \sqrt{20}) \cdot \sqrt{5}$

b) $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{\sqrt{a}}{a+3\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{9}{\sqrt{a}} \right)$ với $a > 0, a \neq 9$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$.

b) Tìm k biết, đồ thị hàm số $y = (k^2 + 1)x^2$ (k là tham số) đi qua điểm A(1;10).

Câu 3. (1,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1 - \frac{2}{x_1 x_2}$.

b) Đường cao tốc Bắc – Nam là công trình trọng điểm Quốc gia. Gõ thầu qua Huyện Can Lộc, giai đoạn một. Hai nhà thầu cùng làm trong 2 tháng thì xong. Nếu mỗi nhà thầu làm riêng, để hoàn thành công việc thì nhà thầu thứ hai sẽ hoàn thành công việc sớm hơn nhà thầu thứ nhất là 3 tháng. Hỏi nếu làm riêng thì nhà thầu thứ nhất phải làm trong bao nhiêu lâu thì xong.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, Đường cao AI (I thuộc BC). Gọi K là trung điểm của BC. Biết AI = 3cm, AB = 6cm. Tính số đo góc ACB và chu vi tam giác AKB (Lấy tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)

Câu 5. (2,0 điểm) Cho tam giác MNQ vuông tại M có $MN < MQ$ và $\widehat{MNQ} = 60^\circ$, ME là phân giác của $\widehat{NMQ}$ (E thuộc NQ). Vẽ đường thẳng qua E và vuông góc với đường thẳng NQ cắt đoạn MQ tại H, cắt đường thẳng MN tại F. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác NFQ.

a) Chứng minh: Tứ giác FMEQ nội tiếp trong một đường tròn. Xác định vị trí tâm I của đường tròn đó.

b) Chứng minh: EO//NH.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị lớn

nhất của biểu thức $P = \frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{3y + xz}} + \frac{z}{z + \sqrt{3z + xy}}$

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh Số báo danh

Mã đề 01

Chú ý : Mọi cách giải đúng, ngắn gọn đều cho điểm tương ứng.

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 1 2 điểm	a) HD: $P = (\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{63}) \cdot \sqrt{7} = (\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 14$	1đ
	b) HD: $Q = \left(\frac{\sqrt{a}}{a-3\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}+3} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{9}{\sqrt{a}} \right)$ với $a > 0, a \neq 9$.	
	$Q = \left(\frac{\sqrt{a}}{a-3\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}+3} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{9}{\sqrt{a}} \right)$	
	$Q = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)} + \frac{1}{\sqrt{a}+3} \right) \cdot \left(\frac{a-9}{\sqrt{a}} \right)$	0.25
	$Q = \left(\frac{\sqrt{a}+3}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} + \frac{\sqrt{a}-3}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} \right) \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}} \right)$	0.25
	$Q = \frac{2\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}}$	0.25
	$Q = 2$	0.25
Câu 2 2 điểm	a) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-2y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+2y=8 \\ 3x-2y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=21 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$	0.75
	Hệ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$	.025
	b) Đồ thị hàm số $y = (m^2 - 1)x^2$ đi qua điểm A(-1; 8) , ta có: $8 = m^2 - 1 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3$. Vậy $m \in \{-3; 3\}$	1đ
Câu 3 2 điểm	a) Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - m^2 = m^2 - 2m + 1 - m^2 = -2m + 1$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta' > 0$ hay $-2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$ (ĐK1)	0.25
	x_1, x_2 là hai nghiệm PT áp dụng hệ thức vi ét ta có:	
	$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m^2 \end{cases} \quad (1)$	0.25
	Mặt khác $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{2} - \frac{8}{x_1 x_2} \Leftrightarrow \frac{2(x_1 + x_2)}{2x_1 \cdot x_2} = \frac{x_1 \cdot x_2}{2x_1 \cdot x_2} - \frac{16}{2x_1 x_2}$; (dk : $x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$) $\Rightarrow 2(x_1 + x_2) = x_1 \cdot x_2 - 16 \Rightarrow 2 \cdot 2(m-1) = m^2 - 16$ $\Rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0$	0.25

Giải phương trình ta được: $m_1 = 6$ (loại) ; $m_2 = -2$ (thỏa mãn ĐK); Vậy $m = -2$	0.25
b) Cách 1: Lập hệ phương trình Gọi thời gian làm xong công việc một mình của nhà thầu thứ nhất là x (tháng); Thời gian làm xong công việc một mình của nhà thầu thứ hai là y (tháng) Đk: $x, y > 4$ Trong một tháng : Nhà thầu thứ nhất làm được số công việc là: $\frac{1}{x}$ (Công việc) Nhà thầu thứ hai làm được số công việc là: $\frac{1}{y}$ (Công việc) Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} (1) \\ -x + y = 6 (2) \end{cases}$. Từ (2) ta có: $y = x + 6$ Thế vào phương trình (1) ta được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{4(x+6)}{4x(x+6)} + \frac{4x}{4x(x+6)} = \frac{x(x+6)}{4x(x+6)}$ $\Rightarrow 4(x+6) + 4x = x(x+6) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$ Giải phương trình ta được: $x_1 = 6$, $x_1 = -4$. Đối chiếu ĐK bài toán $x_1 = 6$ (t/m), $x_1 = -4$ (không t/m). Vậy Nhà thầu thứ nhất làm một mình hết 6 tháng. Cách 2: Lập Phương trình (giải đúng cho điểm tối đa) Gọi thời gian làm xong công việc một mình của nhà thầu thứ nhất là x (tháng) ĐK $x > 4$ Ta có thời gian làm xong công việc một mình của nhà thầu thứ 2 là $x + 6$ Mỗi tháng nhà thầu I làm được : $\frac{1}{x}$ (CV) ; Nhà thầu II làm được : $\frac{1}{x+6}$ (CV) Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$ Giải phương trình ta được $x_1 = 6$ (t/m), $x_1 = -4$ (không t/m). Vậy Nhà thầu thứ nhất làm một mình hết 6 tháng.	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25

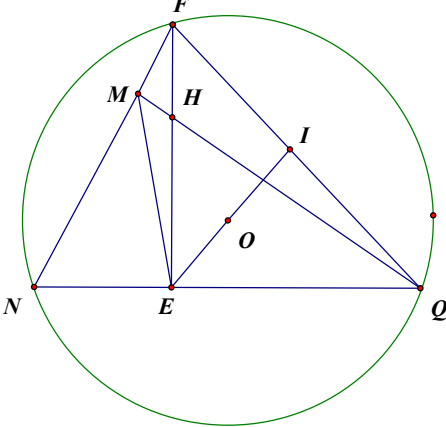
Câu 4 1 điểm	Ta có: $\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{2}{4} = 0,5 \Rightarrow \widehat{C} = 30^0$ Áp dụng định lý Pytago cho tam giác AHC vuông tại H ta có: $AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow 16 = 4 + HC^2 \Rightarrow HC^2 = 12 \Rightarrow HC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ta có: $AC^2 = HC \cdot BC \Rightarrow 4^2 = 2\sqrt{3} \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{16}{2\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} cm$ Vì AM là trung tuyến của tam giác vuông ABC suy ra: $AM = MC = \frac{BC}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ Suy ra: chu vi tam giác MAC là: $\frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3} + 4 = \frac{8\sqrt{3}}{3} + 4 \approx 8,62cm$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5 2 điểm	a) Ta có: $\widehat{BAC} = 90^0$ (gt) $\Rightarrow \widehat{PAC} = 90^0$ Mặt khác: $\widehat{PDC} = 90^0$ (gt) $\Rightarrow$ Điểm A, D thuộc đường tròn đường kính PC $\Rightarrow$ Tứ giác PADC nội tiếp đường tròn. PC là đường kính $\Rightarrow$ Tâm I của đường tròn là trung điểm của đoạn PC (không vẽ hình thì không cho điểm)	Hình 0,25 0.25 0.25 0.25
	b) Trước hết ta chứng minh 3 điểm D, O, I thẳng hàng Ta có: $IP=IC$ (gt) $\Rightarrow OI \perp PC$ (1) Ta lại có:	0.25

	$\widehat{DAC} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = 45^\circ \text{ (Vì AD là tia phân giác } \widehat{BAC} \text{)}$ $\Rightarrow \widehat{DPC} = \widehat{DPC} = 45^\circ \text{ (vì tứ giác PADC nội tiếp có 2 góc nội tiếp cùng chắn cung DC)}$ $\Rightarrow \widehat{DPC} = \widehat{DCP} = 45^\circ \Rightarrow \triangle PDC \text{ là tam giác vuông cân tại D}$ $\Rightarrow DI \perp PC \text{ (DI là đường trung tuyến của } \triangle PDC \text{ vuông cân) (2)}$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ 3 điểm D, I, O thẳng hàng Mặt khác: Vì N là trực tâm $\Rightarrow BK \perp PC$ Mà $DO \perp PC$ (Vì D, I, O thẳng hàng) (theo chứng minh trên) $\Rightarrow DO \parallel BK$ Vậy: $DO \parallel BK$ (đpcm)	0.25 0.25 0.25
Câu 6 1 điểm	Ta có: $3a + bc = (a + b + c)a + bc = (a + b)(a + c)$ $= \left((\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 \right) \left((\sqrt{c})^2 + (\sqrt{a})^2 \right) \geq (\sqrt{ac} + \sqrt{ab})^2$ $\Rightarrow \sqrt{3a + bc} \geq \sqrt{ac} + \sqrt{ab}$ $\Rightarrow \frac{a}{a + \sqrt{3a + bc}} \leq \frac{a}{a + \sqrt{ac} + \sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$ Tương tự: $\frac{b}{b + \sqrt{3b + ac}} \leq \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$ $\frac{c}{c + \sqrt{3c + ab}} \leq \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$ Suy ra: $F \leq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} = 1$ Dấu = Xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$ Vậy Giá trị lớn nhất của F là 1 khi $a = b = c = 1$	

Mã đề 02

Chú ý :- Mọi cách giải đúng, ngắn gọn đều cho điểm tương ứng.

Câu	HƯỚNG DẪN CHẤM	Điểm
Câu 1 2 điểm	HD: $P = (\sqrt{5} - \sqrt{75} + \sqrt{20}) \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = -2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = -10$	1đ
	b) $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{\sqrt{a}}{a+3\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{9}{\sqrt{a}} \right)$ với $a > 0, a \neq 9$.	
	$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{\sqrt{a}}{a+3\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{9}{\sqrt{a}} \right)$	
	$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)} \right) \cdot \left(\frac{a-9}{\sqrt{a}} \right)$	0.25
	$Q = \left(\frac{\sqrt{a}+3}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} + \frac{\sqrt{a}-3}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} \right) \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}} \right)$	0.25
	$Q = \frac{2\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}}$ $Q = 2$	0.25 0.25
Câu 2 2 điểm	a) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+3y=9 \\ x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$	
	Hệ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$	0.75 0.25
	b) Đồ thị hàm số $y = (k^2 + 1)x^2$ đi qua điểm A(1; 10) , ta có: $10 = k^2 + 1 \Leftrightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 3$. Vậy $k \in \{-3; 3\}$	1
Câu 3 2 điểm	a) Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m) = m + 1$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$ (ĐK1) x_1, x_2 là hai nghiệm PT áp dụng hệ thức vi ét ta có:	
	$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 3m \end{cases} \quad (1)$	0.25
	Mặt khác	0.25

	$AK = KB = \frac{BC}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ Suy ra: chu vi tam giác MAC là: $2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 6 \approx 12,93cm$	0.25
Câu 5 2 điểm	a)  Ta có: $\widehat{NMQ} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{FMQ} = 90^\circ$ Mặt khác: $\widehat{FEQ} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow$ Điểm A, D thuộc đường tròn đường kính PC $\Rightarrow$ Tứ giác FMEQ nội tiếp đường tròn. FQ là đường kính $\Rightarrow$ Tâm I của đường tròn là trung điểm của FQ. (không vẽ hình thì không cho điểm)	Hình 0,25
	b) Trước hết ta chứng minh 3 điểm E, O, I thẳng hàng Ta có: $IF = IQ$ (gt) $\Rightarrow OI \perp FQ$ (1) Ta lại có: $\widehat{EMQ} = \frac{\widehat{NMQ}}{2} = 45^\circ$ (Vì ME là tia phân giác $\widehat{NMQ}$) $\Rightarrow \widehat{EFQ} = \widehat{EQF} = 45^\circ$ (vì tứ giác FMEQ nội tiếp có 2 góc nội tiếp cùng chắn cung EQ) $\Rightarrow \widehat{EFQ} = \widehat{EQF} = 45^\circ \Rightarrow \Delta FEQ$ là tam giác vuông cân tại E $\Rightarrow EI \perp FQ$ (EI là đường trung tuyến của ΔFEQ vuông cân) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ 3 điểm E, I, O thẳng hàng Mặt khác: Vì H là trực tâm $\Rightarrow NH \perp FQ$ Mà $EO \perp FQ$ (Vì E, I, O thẳng hàng)	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25

	$= > \text{EO//NH}$ Vậy: EO//NH (đpcm)	
Câu 6 1 điểm	Ta có: $3x + yz = (x + y + z)x + yz = (x + y)(x + z)$ $= \left((\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 \right) \left((\sqrt{z})^2 + (\sqrt{x})^2 \right) \geq (\sqrt{xz} + \sqrt{xy})^2$ $\Rightarrow \sqrt{3x + yz} \geq \sqrt{xz} + \sqrt{xy}$ $\Rightarrow \frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} \leq \frac{x}{x + \sqrt{xz} + \sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}$ Tương tự: $\frac{y}{y + \sqrt{3y + xz}} \leq \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}$ $\frac{z}{z + \sqrt{3z + xy}} \leq \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}$ Suy ra: $F \leq \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} = 1$ Dấu = Xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = 1$ Vậy Giá trị lớn nhất của F là 1 khi $x = y = z = 1$	