

Thời gian: 90 phút

Ngày thi: 5 tháng 4 năm 2022

Bài I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x+9\sqrt{x}}{9-x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$

- 1) Tính giá trị biểu thức B khi $x = \frac{4}{25}$.
- 2) Rút gọn A.
- 3) Đặt $P = A \cdot B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P với x là số tự nhiên.

Bài II. (2,5 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Lúc 7 giờ sáng, một ca nô đi xuôi dòng từ bên A đến bên B rồi ngay lập tức ngược dòng từ B trở về A, ca nô về đến A lúc 13 giờ 15 phút chiều cùng ngày. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h và khoảng cách giữa hai bên A, B là 45km. Tính vận tốc ca nô khi nước yên lặng.

2) Một lon sữa đặc có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 3,5cm và chiều cao 7,8cm. Tính thể tích sữa chứa trong lon (bỏ qua bề dày vật liệu, lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 5\sqrt{x+1} - \frac{4}{y^2+1} = 8 \\ 3\sqrt{x+1} + \frac{2}{y^2+1} = 7 \end{cases}$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 + 4m = 0$,

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $|x_1 - x_2| = x_1 + x_2$.

Bài IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O). Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn kẻ tiếp tuyến MA và cắt tuyến MBC với (O) (A là tiếp điểm, MB < MC, B và A nằm cùng một phía đối với MO). Kẻ đường kính AD của (O), MO cắt CD tại E. Gọi H là hình chiếu của A trên MO.

- 1) Chứng minh tứ giác AHEC là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh: ΔMBA đồng dạng với ΔMAC và $MB \cdot MC = MH \cdot MO$.
- 3) Chứng minh $\widehat{BDC} = \frac{1}{2} \widehat{BHC}$ và $AE // BD$.

Bài V. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2(a+c)} - \frac{2}{5\sqrt{a+b+c}}.$$