SỞ GD&ĐT THANH HÓA	**KỲ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT**
TRƯỜNG TH, THCS&THPT	**NĂM HỌC: 2021 – 2022**
NOBEL SCHOOL	**Môn thi: Toán**
	Thời gian: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x\sqrt{x}-1}\right).\dfrac{3\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 1$.

1. Rút gọn P.

2. Tính giá trị của biểu thức P khi $x=4+2\sqrt{3}$.

Câu II: (2,0 điểm)

1. Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a,b để đường thẳng (d) có hệ số góc là 2 và đi qua điểm $A(1;-3)$.

2. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -4x+y=-5 \end{cases}$.

Câu III: (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2-(2m-1)x-2m-1=0$ với m là tham số.

1. Giải phương trình với $m=\dfrac{1}{4}$.

2. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3-x_2^3+2\left(x_1^2-x_2^2\right)=0$.

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao trong tam giác ABC là AI, BK, CE.

1. Chứng minh tứ giác $AEIC$ nội tiếp trong một đường tròn.

2. Chứng minh IA là tia phân giác của $\widehat{EIK}$.

3. Khi đường tròn (O) và dây BC cố định, điểm A di động trên cung lớn BC, M là điểm trên AC sao cho $AM=\dfrac{1}{3}AC$. Kẻ MN vuông góc với AB tại N. Xác định vị trí của điểm A để CN lớn nhất.

Câu V: (1,0 điểm)

Cho các số thực dương x,y,z thoả mãn $2(x+y)=15-3z$. Chứng minh rằng

$$\frac{2y+3z+4}{1+2x}+\frac{2x+3z+4}{1+2y}+\frac{2x+2y+4}{1+3z}\geq 7.$$

----------------------------Hết----------------------------

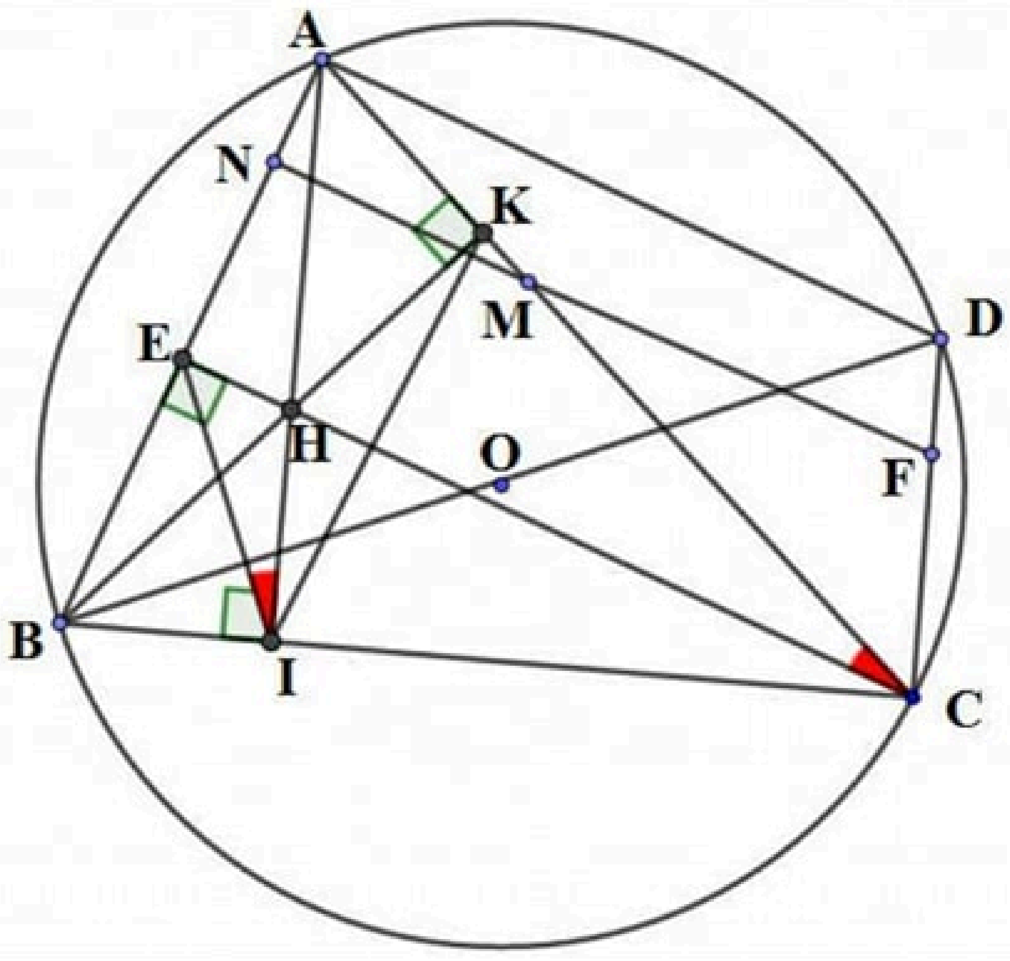
SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG TH, THCS&THPT NOBEL SCHOOL

KỲ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2021 – 2022
Môn thi: Toán
Thời gian: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

CÂU	Ý	NỘI DUNG	Điểm
I (2,0đ)	**1 (1,0đ)**	Rút gọn $P=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x\sqrt{x}-1}\right).\frac{3\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 1$.	
		$P=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\right).\frac{3\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}}$	0,25
		$=\frac{x+\sqrt{x}+1-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\frac{3\left(\sqrt{x}-1\right)}{x+\sqrt{x}}$	0,25
		$=\frac{x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\frac{3\left(\sqrt{x}-1\right)}{x+\sqrt{x}}$	0,25
		$=\frac{3}{x+\sqrt{x}+1}$.	0,25
	2 (1,0đ)	Tính giá trị của biểu thức P khi $x=4+2\sqrt{3}$.	
		Ta có : $x=4+2\sqrt{3}=3+2\sqrt{3}+1=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$	0,5
		Do đó, $P=\frac{3}{x+\sqrt{x}+1}=\frac{3}{4+2\sqrt{3}+\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}+1}=\frac{3}{4+2\sqrt{3}+\sqrt{3}+1+1}$	0,25
		$P=\frac{3}{6+3\sqrt{3}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$.	0,25
II (2,0đ)	**1 (1,0đ)**	Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a,b để đường thẳng (d) có hệ số góc là 2 và đi qua điểm $A(1;-3)$.	
		Đường thẳng (d) có hệ số góc là 2 nên $a=2$.	0,5
		Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;-3)$ nên ta có $2.1+b=-3\Rightarrow b=-5$ Vậy các giá trị cần tìm là $a=2, b=-5$.	0,5
	2 (1,0đ)	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2x-y=3\\-4x+y=-5\end{cases}$	
		$\begin{cases}2x-y=3\\-4x+y=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x=-2\\2x-y=3\end{cases}$	0,5

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;-1)$.	0,5
III (2,0đ)	**1 (1,0đ)**	Cho phương trình: $x^2-(2m-1)x-2m-1=0$ với m là tham số. 1. Giải phương trình với $m=\frac{1}{4}$.	
		Với $m=\frac{1}{4}$ phương trình đã cho trở thành: $x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0(1)$	0,25
		Ta có: $a+b+c=1+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=0$	0,25
		Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1=1, x_2=-\frac{3}{2}$. Vậy phương trình có tập nghiệm là $S=\left\{1;-\frac{3}{2}\right\}$.	0,5
	2 (1,0đ)	2. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3-x_2^3+2\left(x_1^2-x_2^2\right)=0$.	
		Ta có: $\Delta=(2m-1)^2-4(-2m-1)=4m^2+4m+5=(2m+1)^2+4>0\,\forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.	0,25
		Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m-1 \\ x_1x_2=-2m-1 \end{cases}$	0,25
		Ta có: $x_1^3-x_2^3+2\left(x_1^2-x_2^2\right)=0 \Leftrightarrow (x_1-x_2)\left(x_1^2+x_1x_2+x_2^2+2(x_1+x_2)\right)=0(1)$ Vì $x_1 \neq x_2$ nên $x_1-x_2 \neq 0$. Do đó $(1) \Leftrightarrow x_1^2+x_1x_2+x_2^2+2(x_1+x_2)=0 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2+2(x_1+x_2)-x_1x_2=0$ $\Leftrightarrow (2m-1)^2+2(2m-1)-(-2m-1)=0 \Leftrightarrow 2m(2m+1)=0$	0,25
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m=0 \\ 2m+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$ Vậy $m \in \left\{0;-\frac{1}{2}\right\}$.	0,25
IV (3,0đ)	**1 (1,0đ)**	Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao trong tam giác ABC là AI, BK, CE. Chứng minh tứ giác $AEIC$ nội tiếp trong một đường tròn.	

			
		Do AI, CE là các đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{AIC} = 90^0$ và $\widehat{AEC} = 90^0$.	0,5
		Vì E, I cùng nằm một phía trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AC nên tứ giác $AEIC$ nội tiếp trong một đường tròn đường kính AC.	0,5
	2 **(1,0đ)**	2. Chứng minh IA là tia phân giác của $\widehat{EIK}$.	
		Gọi H là trực tâm của tam giác ABC Ta có $\widehat{HIC} = 90^0$ (do $AI \perp BC$) $\widehat{HKC} = 90^0$ (do $BK \perp AC$) Xét tứ giác $CIHK$ có $\widehat{HIC} + \widehat{HKC} = 180^0$ mà hai góc này ở vị trí đối diện nhau nên tứ giác $CIHK$ nội tiếp đường tròn. Suy ra $\widehat{HIK} = \widehat{HCK}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{HK}$) (1)	0,5
		Tứ giác $AEIC$ nội tiếp đường tròn nên $\widehat{EIA} = \widehat{ECA}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AE}$) (2)	0,25
		Từ (1) và (2), suy ra $\widehat{EIA} = \widehat{KIA}$. Vậy IA là tia phân giác của góc $\widehat{EIK}$.	0,25
	3 **(1,0đ)**	3. Khi đường tròn (O) và dây BC cố định, điểm A di động trên cung lớn BC, M là điểm trên AC sao cho $AM = \frac{1}{3}AC$. Kẻ MN vuông góc với AB tại N. Xác định vị trí của điểm A để CN lớn nhất.	
		Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) Ta có D cố định, $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^0$, gọi F là giao điểm của MN và CD Vì $MN \perp AB, AD \perp AB \Rightarrow MN \parallel AD$	0,25
		Xét ΔACD có $MF \parallel CD \Rightarrow \frac{DF}{DC} = \frac{AM}{AC}$ Mà $AM = \frac{1}{3}AC$ (giả thiết) nên $DF = \frac{1}{3}DC$	0,25
		Suy ra F cố định, mà $\widehat{BNF} = \widehat{BCF} = 90^0$ suy ra B, N, F, C cùng thuộc đường tròn cố định, đường kính BF. Ta gọi đường tròn này là (O')	0,25
		Mà CN là dây cung của đường tròn (O'), do đó CN lớn nhất khi và chỉ khi CN là đường kính của đường tròn (O') Vậy khi A là điểm đối xứng của C qua O thì CN lớn nhất.	0,25

<table>
<tr><td rowspan="5">V
(1,0đ)</td><td rowspan="5">(1,0đ)</td><td colspan="2">Cho các số thực dương x, y, z thoả mãn $2(x+y)=15-3z$. Chứng minh rằng
$\dfrac{2y+3z+4}{1+2x}+\dfrac{2x+3z+4}{1+2y}+\dfrac{2x+2y+4}{1+3z}\geq 7$.</td></tr>
<tr><td>Ta chứng minh tính chất $\dfrac{x^2}{a}+\dfrac{y^2}{b}\geq\dfrac{(x+y)^2}{a+b}$ (1) với mọi $a,b>0;\ \forall x,\mathrm{y}\in\mathbb{R}$
Ta có (1) $\Leftrightarrow \dfrac{bx^2+ay^2}{ab}\geq\dfrac{(x+y)^2}{a+b}\Leftrightarrow\left(bx^2+ay^2\right)(a+b)\geq ab(x+y)^2$
$\Leftrightarrow (bx-ay)^2\geq 0$ (luôn đúng).</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Khi đó $\dfrac{x^2}{a}+\dfrac{y^2}{b}+\dfrac{z^2}{c}\geq\dfrac{(x+y)^2}{a+b}+\dfrac{z^2}{c}\geq\dfrac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Theo giả thiết $2(x+y)=15-3z\Leftrightarrow 2x+2y+3z=15$.
Ta có $VT=\dfrac{2x+2y+3z+5}{1+2x}+\dfrac{2x+2y+3z+5}{1+2y}+\dfrac{2x+2y+3z+5}{1+3z}-3$
$=(2x+2y+3z+5)\left(\dfrac{1}{1+2x}+\dfrac{1}{1+2y}+\dfrac{1}{1+3z}\right)-3$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$=20\left(\dfrac{1}{1+2x}+\dfrac{1}{1+2y}+\dfrac{1}{1+3z}\right)-3\geq 20.\dfrac{(1+1+1)^2}{2x+2y+3z+3}-3$
$=10-3=7$.
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}1+2x=1+2y=1+3z\\2x+2y+3z=15\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2};y=\dfrac{5}{2};z=\dfrac{5}{3}$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>