

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $M = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$ b) $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{x - \sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ với $x > 0$; $x \neq 1$.

Câu 2.

a) Giải phương trình $2x^2 + 5x - 3 = 0$

b) Tìm tham số m để phương trình: $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 2(x_1 + x_2) = 0$.

Câu 3.

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(0; 3)$ và điểm $B(-2; 1)$

b) Đầu năm 2021, Hội khuyến học của một tỉnh tặng cho trường A tổng số 245 quyển sách tham khảo của môn Toán và Ngữ văn. Nhà trường đã dùng $\frac{1}{2}$ số sách

Toán và $\frac{2}{3}$ số sách Ngữ văn đó để phát thưởng cho học sinh có thành tích xuất sắc

trong học kì I. Biết rằng mỗi bạn nhận được một quyển sách tham khảo môn Toán và một quyển sách tham khảo môn Ngữ văn. Hỏi Hội khuyến học đã tặng cho trường A mỗi loại sách bao nhiêu quyển?

Câu 4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp.

b) Hai đường thẳng EF và BC cắt nhau tại M. Chứng minh $MB \cdot MC = ME \cdot MF$.

c) Đường thẳng qua B và song song với AC cắt AM, AH lần lượt tại I, K.

Chứng minh HB là phân giác của $\angle IHK$.

Câu 5. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $a + b + 2ab = 12$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a + b$

---Hết---

Họ tên thí sinh..... SBD

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu!

- Giám thị không giải thích gì thêm!

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$ b) $Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0$; $x \neq 4$.

Câu 2.

a) Giải phương trình $3x^2 + 4x - 4 = 0$

b) Tìm tham số m để phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + 2(x_1 + x_2) = 0$.

Câu 3.

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(0; 4)$ và điểm $N(-3; 1)$.

b) Đầu năm 2021, Hội khuyến học của một tỉnh tặng cho trường B tổng số 245 quyển sách tham khảo của môn Toán và Ngữ văn. Nhà trường đã dùng $\frac{2}{3}$ số sách

Toán và $\frac{1}{2}$ số sách Ngữ văn đó để phát thưởng cho học sinh có thành tích xuất sắc

trong học kì I. Biết rằng mỗi bạn nhận được một quyển sách tham khảo môn Toán và một quyển sách tham khảo môn Ngữ văn. Hỏi Hội khuyến học đã tặng cho trường B mỗi loại sách bao nhiêu quyển?

Câu 4. Cho tam giác MNP nhọn ($MN < MP$) nội tiếp đường tròn (O), các đường cao MD, NE và PF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác PDHE nội tiếp.

b) Hai đường thẳng EF và NP cắt nhau tại A. Chứng minh $AN \cdot AP = AE \cdot AF$.

c) Đường thẳng qua N và song song với MP cắt MA, MH lần lượt tại I, K.

Chứng minh HN là phân giác của $\angle IHK$.

Câu 5. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $x + y + 2xy = 12$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$

---Hết---

Họ tên thí sinh..... SBD

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu!

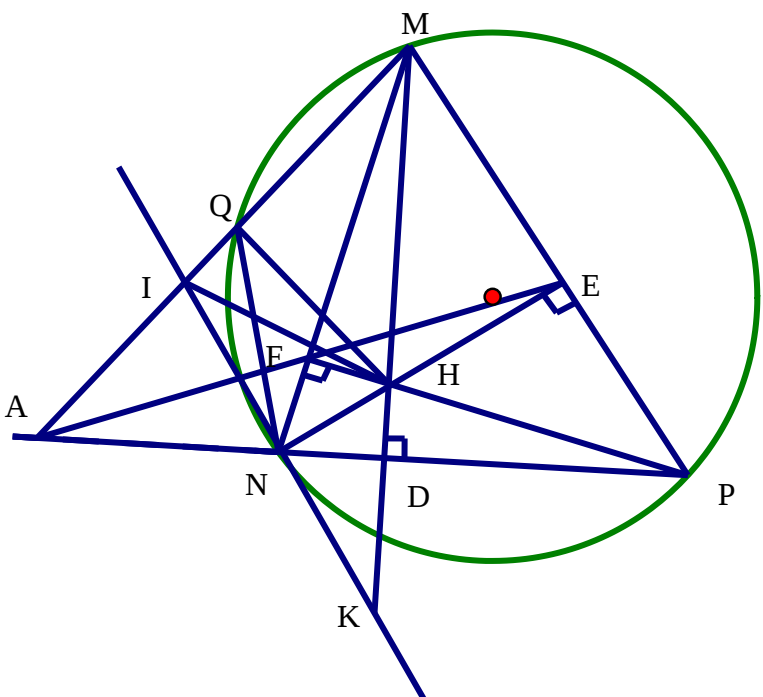
- Giám thị không giải thích gì thêm!

Đáp án	Điểm
Câu 1. a) $M = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} + 1}$ $M = \sqrt{3}$	0,5 0,5
b) $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{x - \sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ $P = \left(\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ $P = \frac{x + 2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot (\sqrt{x} - 1) = \frac{x + 2}{\sqrt{x}}$	0,5 0,5
Câu 2. a) Giải phương trình $2x^2 + 5x - 3 = 0$ Ta có $\Delta = 5^2 - 4.2.(-3) = 49 > 0$ Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2.2} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2.2} = -3$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = -3$	0,5 0,5
b) Ta có $\Delta' = (-2)^2 - (m - 1) = 5 - m$ Để phương trình $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' = 5 - m > 0 \Leftrightarrow m < 5 (*)$ Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases} \quad (1)$ Theo bài ra: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 2(x_1 + x_2) = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) - 2(x_1 + x_2) = 0 \quad (2)$ Thay (1) vào (2), ta có: $(m - 1).4 - 2.4 = 0 \Leftrightarrow m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn *) Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3. a) Vì đường thẳng (d) đi qua hai điểm A(0; 3) và điểm B(- 2; 1) nên a, b là nghiệm của hệ phương trình	0,25

$\begin{cases} b=3 \\ -2a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$ Vậy $a = 1$; $b = 3$ là giá trị cần tìm.	0,5 0,25
b) Gọi x là số quyển sách tham khảo môn Toán được tặng ($x > 0, x \in \mathbb{N}$), y là số quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được tặng ($y > 0, y \in \mathbb{N}$). Vì tổng số sách tham khảo được tặng là 245 quyển nên ta có phương trình $x + y = 245 \quad (1)$ Số quyển sách tham khảo môn Toán đã dùng để phát thưởng là $\frac{1}{2}x$ (quyển), số quyển sách tham khảo môn Ngữ văn đã dùng để phát thưởng là $\frac{2}{3}y$ (quyển). Do mỗi bạn nhận được một quyển sách tham khảo môn Toán và một quyển sách tham khảo môn Ngữ văn nên số sách tham khảo đã phát của hai môn là bằng nhau, ta có phương trình $\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 245 \\ \frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 245 \\ 3x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 245 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 140 \\ y = 105 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$ Vậy trường A được tặng 140 quyển sách tham khảo môn Toán và 105 quyển sách tham khảo môn Ngữ văn.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
a) Xét tứ giác CDHE có:	

$HDC = 90^\circ$ (vì AD là đường cao) $HEC = 90^\circ$ (vì BE là đường cao) $\Rightarrow HDC + HEC = 180^\circ$	0,25
Do đó ứ giác CDHE nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)	0,25 0,5
b) Xét tứ giác BCEF có: $BFC = BEC = 90^\circ$ nên tứ giác BCEF nội tiếp $\Rightarrow BFM = BCE = MCE$ (Cùng bù với BFE) Xét $\triangle MBF$ và $\triangle MEC$ có: BMF chung và $BFM = MCE$ Do đó $\triangle MBF \sim \triangle MEC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MB}{ME} = \frac{MF}{MC} \Rightarrow MB \cdot MC = ME \cdot MF$ (đpcm)	0,25 0,25 0,5
c) Gọi P là giao điểm của đường thẳng AM với đường tròn (O) Ta chứng minh được $\triangle AFH \sim \triangle ADB$ (g.g) $\Rightarrow AF \cdot AB = AD \cdot AH$ (1) Ta có $MPB + ACB = MFB + ACB = 180^\circ \Rightarrow MPB = MFB$ $\Rightarrow APB = AFM$ (cùng bù với hai góc bằng nhau) $\Rightarrow \triangle APB \sim \triangle AFM$ (g.g) $\Rightarrow AP \cdot AM = AF \cdot AB$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow AP \cdot AM = AD \cdot AH \Rightarrow \frac{AP}{AD} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow \triangle APH \sim \triangle ADM$ (c.g.c) $\Rightarrow APH = ADM = 90^\circ \Rightarrow HPI = 90^\circ$. Vì $IK \parallel AC$ mà $BE \perp AC$ nên $BE \perp IK \Rightarrow HBI = 90^\circ = HPI$. Do đó tứ giác HBIP nội tiếp $\Rightarrow IHB = IPB = ACB$ (3) Lại có $BHK = ACB$ (cùng bù DHE) (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow KHB = IHB$, hay HB là phân giác của IHK (đpcm)	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5. Ta có: $12 = a + b + 2ab \leq a + b + \frac{(a+b)^2}{2} \Rightarrow (a+b)^2 + 2(a+b) - 24 \geq 0$ $\Leftrightarrow (a+b-4)(a+b+6) \geq 0 \Leftrightarrow a+b-4 \geq 0$ (vì $a+b+6 > 0$). $\Leftrightarrow a+b \geq 4 \Rightarrow A \geq 4$. Vậy GTNN của A bằng 4 $\Leftrightarrow a = b = 2$	0,25 0,25

Đáp án	Điểm
Câu 1. a) $A = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2} + 1}$ $A = \sqrt{2}$	0,5 0,5
b) $Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $Q = \left(\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $Q = \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \cdot (\sqrt{x} - 2) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$	0,5 0,5
Câu 2. a) Giải phương trình $3x^2 + 4x - 4 = 0$ Ta có $\Delta = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 64 > 0$ Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-4 + \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{-4 - \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = -2$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = \frac{2}{3}; x_2 = -2$	0,5 0,5
b) Ta có $\Delta' = (-1)^2 - (m - 3) = 4 - m$ Để $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$ (*) Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$ (1) Theo bài ra: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + 2(x_1 + x_2) = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 2(x_1 + x_2) = 0$ (2) Thay (1) vào (2), ta có: $(m - 3) \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow m - 3 = -2 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn *) Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3 a) Vì đường thẳng (d) đi qua điểm M(0; 4) và điểm N(-3; 1) nên a và b là nghiệm của hệ phương trình	0,25

$\begin{cases} b = 4 \\ -3a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$ Vậy $a = 1$; $b = 4$ là giá trị cần tìm.	0,5 0,25
b) Gọi x là số quyển sách tham khảo môn Toán được tặng ($x > 0, x \in \mathbb{N}$), y là số quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được tặng ($y > 0, y \in \mathbb{N}$). Vì tổng số sách tham khảo được tặng là 245 quyển nên ta có phương trình $x + y = 245 \quad (1)$ Số quyển sách tham khảo môn Toán đã dùng để phát thưởng là x (quyển), số quyển sách tham khảo môn Ngữ văn đã dùng để phát thưởng là $\frac{1}{2}y$ (quyển). Do mỗi bạn nhận được một quyển sách tham khảo môn Toán và một quyển sách tham khảo môn Ngữ văn nên số sách tham khảo đã phát của hai môn là bằng nhau, ta có phương trình, ta có phương trình $\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}y \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 245 \\ \frac{2}{3}x = \frac{1}{2}y \end{cases} \quad \frac{2}{3}$ $\begin{cases} x + y = 245 \\ 4x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 245 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 105 \\ y = 140 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$ Vậy trường B được tặng 105 quyển sách tham khảo môn Toán và 140 quyển sách tham khảo môn Ngữ văn.	0,,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5.  a) Xét tứ giác PDHE có:	0,25

$HDP=90^0$ (vì MD là đường cao) $HEP=90^0$ (vì NE là đường cao) $\Rightarrow HDP + HEP=180^0$ Do đó ứ giác PDHE nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0)	0,25 0,5
b) Xét tứ giác NPEF có: $NFP=NEP=90^0$ nên tứ giác NPEF nội tiếp $\Rightarrow NFA=NPE=APE$ (Cùng bù với NFE) Xét $\triangle ANF$ và $\triangle AEP$ có: NAF chung và $NFA=APE$ Do đó $\triangle ANF \sim \triangle AEP$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AN}{AE} = \frac{AF}{AP} \Rightarrow AN \cdot AP = AE \cdot AF$.(đpcm)	0,25 0,25 0,5
c) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng AM với đường tròn (O) Ta chứng minh được $\triangle MFH \sim \triangle MDN$ (g.g) $\Rightarrow MF \cdot MN = MD \cdot MH$ (1) Ta có $AQN + MPN = AFN + MPN = 180^0 \Rightarrow AQN = AFN$ $\Rightarrow MQN = AFM$ (cùng bù với hai góc bằng nhau) $\Rightarrow \triangle MQN \sim \triangle MFA$ (g.g) $\Rightarrow MQ \cdot MA = MF \cdot MN$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow MQ \cdot MA = MD \cdot MH \Rightarrow \frac{MQ}{MD} = \frac{MH}{MA} \Rightarrow \triangle MQH \sim \triangle MDA$ (c.g.c) $\Rightarrow MQH = MDA = 90^0 \Rightarrow HQI = 90^0$. Vì $IK \parallel MP$ mà $NE \perp MP$ nên $NE \perp IK \Rightarrow HNI = 90^0 = HQI$. Do đó tứ giác HNIQ nội tiếp $\Rightarrow IHN = IQN = MPN$ (3) Lại có $NHK = MPN$ (cùng bù DHE) (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow KHN = IHN$, hay HN là phân giác của IHK (đpcm)	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5. Ta có: $12 = x + y + 2xy \leq x + y + \frac{(x+y)^2}{2} \Rightarrow (x+y)^2 + 2(x+y) - 24 \geq 0$ $\Leftrightarrow (x+y-4)(x+y+6) \geq 0 \Leftrightarrow x+y-4 \geq 0$ (vì $x+y+6 > 0$). $\Leftrightarrow x+y \geq 4 \Rightarrow P \geq 4$. Vậy GTNN của P bằng 4 $\Leftrightarrow x = y = 2$	0,25 0,25