

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{2}{1-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{12}}{2} - 2$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \left(\frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} \right) \quad (x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9)$

Câu 2.

a) Giải phương trình: $-3x^2 + 4x + 4 = 0$

b) Tìm a và b biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -5x + 2$ và đi qua M(-3;4).

Câu 3. a) Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy mỗi dãy kê thêm 1 chỗ thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy có bao nhiêu chỗ ngồi.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) $y = -x^2$ và đường thẳng (d) $y = mx - 2$ (với m là tham số). Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$.

Câu 4. Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AC, F là giao điểm thứ hai của đường thẳng EB với đường tròn (O), K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O). Chứng minh:

a) Tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp đường tròn

b) Tam giác ABF đồng dạng với tam giác AKB và $BF \cdot CK = CF \cdot BK$

c) AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

Câu 5. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2}$

-----Hết-----

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{18} + 2\sqrt{2} - \frac{5}{\sqrt{2}-1}$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{x-4} \right) \cdot \left(\frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \right) \quad (x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4)$

Câu 2.

a) Giải phương trình: $-2x^2 + 5x + 3 = 0$

b) Tìm a và b biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -2x + 3$ và đi qua M(2;5).

Câu 3. a) Một phòng họp có 180 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 260 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 2 dãy mỗi dãy kê thêm 3 chỗ thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy có bao nhiêu chỗ ngồi.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = mx + 2$ (với m là tham số). Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 0$

Câu 4. Qua điểm M nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến MN, MP với đường tròn (O) (N, P là các tiếp điểm). Gọi A là trung điểm của đoạn thẳng MP, B là giao điểm thứ hai của đường thẳng NA với đường tròn (O), K là giao điểm thứ hai của đường thẳng MB với đường tròn (O). Chứng minh:

a) Tứ giác MNOP là tứ giác nội tiếp đường tròn

b) Tam giác MNB đồng dạng với tam giác MKN và $NB \cdot PK = BP \cdot NK$

c) AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNB$

Câu 5. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2}$

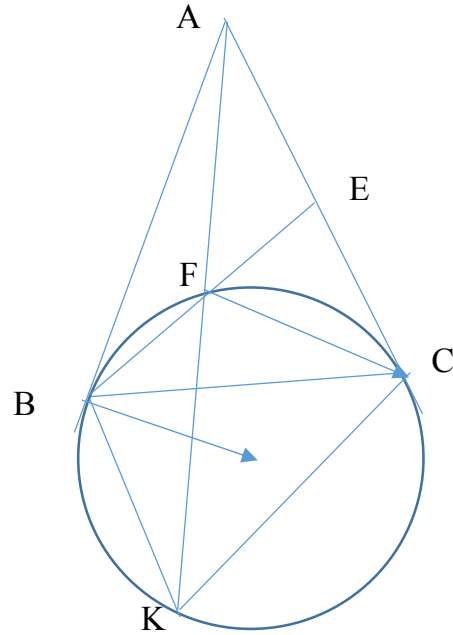
-----Hết-----

ĐÁP ÁN

Mã đề 1

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0 đ)	$A = \frac{2}{1-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{12}}{2} - 2$	0,5
	$= (-1-\sqrt{3}) + \sqrt{3} - 2$	0,5
	$= -1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2$	
	$= -3$	
	$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \left(\frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} \right)$	0,25
	$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right) \cdot \left(\frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-1} \right)$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}-3+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	$= \frac{3\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	$= \frac{3(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	$= \frac{6}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	($x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$)	
Câu 2 (2,0 đ)	a). $-3x^2 + 4x + 4 = 0$	1,0
	Tính $\Delta(\Delta')$, từ đó tìm được nghiệm: $x_1 = 2; x_2 = -\frac{2}{3}$	
	b) Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -5x + 2 \Rightarrow a = -5$	0,5
	Mặt khác: Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua $M(-3;4)$ $\Rightarrow -3a + b = 4$	(2)
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow b = -11$	0,25
	Vậy $a = -5$; $b = -11$	

Câu 4
(3,0 đ)



a. Tứ giác ABOC có $\begin{cases} \widehat{ABO} = 90^\circ \\ \widehat{ACO} = 90^\circ \end{cases}$ (tính chất của tiếp tuyến)

0,5

$$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$$

0,5

$\Rightarrow$ tứ giác ABOC nội tiếp.

b. $\triangle ABF$ và $\triangle AKB$ có $\widehat{BAK}$ chung và $\widehat{ABF} = \widehat{AKB} (= \frac{1}{2} Sd \widehat{BF})$

0,25

$$\Rightarrow \triangle ABF \sim \triangle AKB$$

$$\text{Từ } \triangle ABF \sim \triangle AKB \text{ suy ra } \frac{AB}{AK} = \frac{AF}{AB} = \frac{BF}{KB}$$

0,25

$$\text{Tương tự ta chứng minh được } \triangle ACF \sim \triangle ACK \Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{AF}{AC} = \frac{CF}{KC}$$

Mặt khác : $AB = AC$ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

0,25

$$\Rightarrow \frac{BF}{BK} = \frac{CF}{CK} \Rightarrow BF \cdot CK = BK \cdot CF$$

0,25

c. Ta có : $\widehat{BKC} = \widehat{BCE} (= \frac{1}{2} sd \widehat{BC})$

$$\text{Và } \widehat{EFC} = \widehat{BKC} (BFCK \text{ nt})$$

0,25

$$\text{Suy ra } \widehat{BCE} = \widehat{EFC}$$

Xét $\triangle FCE$ và $\triangle CBE$ có : $\widehat{CEF}$ chung ; $\widehat{BCE} = \widehat{EFC}$ (cmt)

$$\text{Suy ra } \triangle FCE \sim \triangle CBE \Rightarrow CE^2 = EF \cdot BE$$

0,25

$$\text{Mà } CE = AE \text{ nên } \Rightarrow AE^2 = EF \cdot BE \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{EF}{BE}$$

$$\text{Xét } \triangle AEF \text{ và } \triangle BEA \text{ có : } \widehat{E} \text{ chung ; } \frac{AE}{EF} = \frac{EF}{BE} \Rightarrow$$

0,25

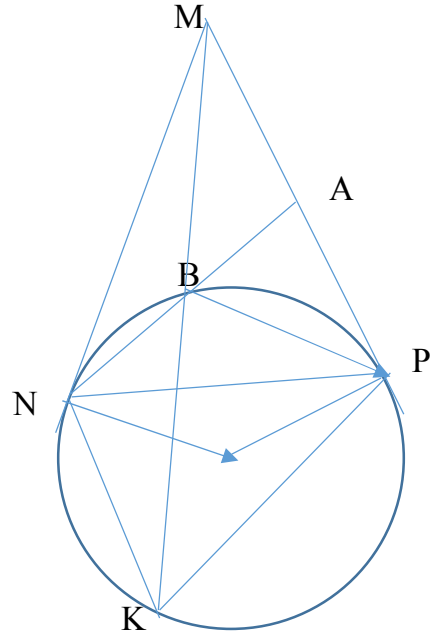
	$\Delta AEF \sim \Delta BEA \Rightarrow \widehat{FAE} = \widehat{ABE}$ (hai góc tương ứng). $\widehat{ABE}$ là góc nội tiếp chắn cung AF của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF. $\widehat{FAE}$ được tạo bởi dây cung AF và AE (E nằm ngoài đường tròn) Vậy AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABF	0,25
Câu 5 (1 đ)	Ta có : $2ab \leq a^2 + b^2 \Rightarrow 3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$ $\Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq \sqrt{(a+b)^2}$ $\Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq a+b$ Tương tự : $\frac{\sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2}}{\sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2}} \geq \frac{b+c}{c+a}$ Do đó : $P \geq a+b+b+c+c+a = 2(a+b+c)$	0,25
	$a+1 \geq 2\sqrt{a}$ $b+1 \geq 2\sqrt{b}$ Mặt khác: $c+1 \geq 2\sqrt{c}$	0,25
	$\Rightarrow a+b+c \geq 2(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) - 3 \Rightarrow a+b+c \geq 2.3 - 3 = 3$ $\Rightarrow P \geq 6$ $\Rightarrow P_{Min} = 6$	0,25
	Khi a=b=c=1	0,25

ĐÁP ÁN

Mã đề 2

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0 đ)	$B = \sqrt{18} + 2\sqrt{2} - \frac{5}{\sqrt{2}-1}$	0,5
	a. $= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5(\sqrt{2}+1)$	0,5
	$= -5$	
	$C = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{x-4} \right) \cdot \left(\frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \right)$	0,25
	$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot \left(\frac{2(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-1} \right)$	0,25
	a. $= \frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-1}$ $= \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ $= \frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ $= \frac{4}{\sqrt{x}-2}$ $(x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4)$	0,25
Câu 2 (2,0đ)	a) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$ Tính $\Delta(\Delta')$, từ đó tìm được nghiệm: $x_1 = 3; x_2 = -\frac{1}{2}$	1,0
	b). Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -2x+3 \Rightarrow a = -2$ (1)	0,5
	Mặt khác: Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua $M(2;5) \Rightarrow 2a+b=5$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow b=9$ Vậy $a = -2 ; b=9$	

Câu 4
(3,0 đ)



a. Tứ giác MNOP có $\begin{cases} \widehat{MNO} = 90^\circ \\ \widehat{MPO} = 90^\circ \end{cases}$ (tính chất của tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \widehat{MNO} + \widehat{MPO} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ tứ giác MNOP nội tiếp.

b. $\triangle MNB$ và $\triangle MKN$ có $\widehat{NMK}$ chung và $\widehat{MNB} = \widehat{MKN} (= \frac{1}{2} Sd \widehat{NB})$

$$\Rightarrow \triangle MNB \sim \triangle MKN$$

$$\text{Từ } \triangle MNB \sim \triangle MKN \text{ suy ra } \frac{MN}{MK} = \frac{MB}{MN} = \frac{NB}{KN}$$

$$\text{Tương tự ta chứng minh được } \triangle MBP \sim \triangle MPK \Rightarrow \frac{MB}{MP} = \frac{MP}{MK} = \frac{BP}{PK}$$

Mặt khác : $MP = MN$ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow \frac{BP}{PK} = \frac{BN}{NK} \Rightarrow BP \cdot NK = BN \cdot PK$$

c.

$$\text{Ta có : } \widehat{NKP} = \widehat{NPA} (= \frac{1}{2} sd \widehat{NP})$$

$$\text{Và } \widehat{NKP} = \widehat{ABP} (BNKP \text{ nt})$$

$$\text{Suy ra } \widehat{NPA} = \widehat{ABP}$$

$$\text{Xét } \triangle BPA \text{ và } \triangle PNA \text{ có : } \widehat{PAB} \text{ chung ; } \widehat{NPA} = \widehat{ABP} \text{ (cmt)}$$

$$\text{Suy ra } \triangle BPA \sim \triangle PNA \Rightarrow PA^2 = AN \cdot AB$$

$$\text{Mà } PA = MA \text{ nên } \Rightarrow MA^2 = AN \cdot AB \Rightarrow \frac{MA}{AN} = \frac{AB}{MA}$$

$$\text{Từ đó chứng minh được } \triangle MAB \sim \triangle NAM \Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{ANM} \text{ (hai góc tương}$$

0,5

0,5

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

	úng) . mà $\widehat{ANM}$ là góc nội tiếp chắn cung BM của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNB. $\widehat{AMB}$ được tạo bởi dây cung BM và MA (A nằm ngoài đường tròn) Suy ra MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNB$	0,25
Câu 5 (1 đ)	Ta có : $2ab \leq a^2 + b^2 \Rightarrow 3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$ $\Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq \sqrt{(a+b)^2}$ $\Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq a+b$ Tương tự : $\sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2} \geq b+c$ $\sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2} \geq c+a$ Do đó : $P \geq a+b+b+c+c+a = 2(a+b+c)$ $a+1 \geq 2\sqrt{a}$ $b+1 \geq 2\sqrt{b}$ Mặt khác: $c+1 \geq 2\sqrt{c}$ $\Rightarrow a+b+c \geq 2(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) - 3 \Rightarrow a+b+c \geq 2.3 - 3 = 3$ $\Rightarrow P \geq 6$ $\Rightarrow P_{Min} = 6$ Khi a=b=c=1	0,25 0,25 0,25 0,25