

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

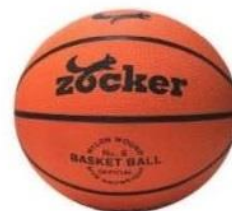
- Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 4$.
- Rút gọn biểu thức $M = A.B$.
- Khi $x > 1$ hãy so sánh giá trị biểu thức M với 1.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tuần trước, Khuê mua 1 kg táo và 1 kg cam ở siêu thị hết 130 nghìn đồng. Hôm nay, Khuê quay lại siêu thị mua cùng lượng hoa quả như vậy nhưng phải trả 154 nghìn đồng. Người bán hàng giải thích giá cam đã tăng 15% và giá táo đã tăng 20% so với tuần trước. Hỏi giá tiền mỗi kg táo và cam ngày hôm nay là bao nhiêu nghìn đồng.

2) Quả bóng rổ size 7 có đường kính 24,5 cm. Tính diện tích bề mặt quả bóng rổ đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

**Bài III (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 3 \\ 2x - \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + |m| + 1$ (m là tham số).

a) Chứng minh đường thẳng d luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

b) Tìm m để đường thẳng d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$)

thỏa mãn $|x_1 x_2| + |x_2| - |x_1| = 8$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O) . Qua điểm M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) với A, B là hai tiếp điểm. Từ điểm A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn (O) tại điểm C (C khác A), đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C). Gọi H là giao điểm của AB và MO .

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MA^2 = MD.MC$ và $\widehat{BDM} = \widehat{ADB}$.

c) Gọi F là điểm đối xứng với D qua MO . Chứng minh C, H, F thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm)

Cho hai số dương a, b thỏa mãn điều kiện $a + b \leq 2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{5}{ab} + ab.$$

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Họ và tên của cán bộ coi thi:.....Chữ ký của cán bộ coi thi:.....

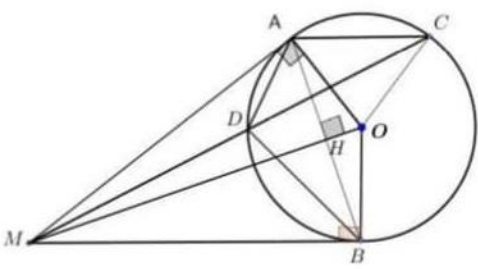
I. HƯỚNG DẪN CHUNG

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

BÀI	SƠ LƯỢC LỜI GIẢI	ĐIỂM
Bài I (2,0 điểm)	a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 4$	0,5
	Với $x = 4$ thỏa mãn điều kiện, ta thay $x = 4$ vào biểu thức B .	0,25
	Tính được $B = \frac{4}{4 + \sqrt{4} + 1} = \frac{4}{7}$	0,25
	b) Rút gọn biểu thức $M = A.B$	1,0
	Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 1$ ta có:	
	$M = A.B = \left(\frac{x}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{x}{x+\sqrt{x}+1} = \left(\frac{x}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{x}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25
	$= \left(\frac{x}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) \cdot \frac{x}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25
	$= \frac{x + \sqrt{x} + 1}{x-1} \cdot \frac{x}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25
	Vậy $M = \frac{x}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.	0,25
	c) Khi $x > 1$ hãy so sánh giá trị của biểu thức M với 1	0,5
Bài II. (2,0 điểm)	Ta có $M = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$	0,25
	Khi $x > 1$ ta có $x-1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} > 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x-1} > 1$. Vậy khi $x > 1$ ta có $M > 1$.	0,25
	1) Giải bài toán lập phương trình hoặc hệ phương trình	1,5
	Gọi x và y theo thứ tự là giá của 1 kg táo, 1 kg cam tuần trước (tính theo nghìn đồng), điều kiện $0 < x, y < 130$.	0,25
	Tuần trước, Khuê mua 1 kg táo và 1 kg cam hết 130 nghìn đồng nên ta có $x + y = 130$. (1)	0,25
	Hôm nay, giá 1 kg cam đã tăng 15% nên số tiền cam phải trả là $y + 15\%y = \frac{115}{100}y$,	

	giá 1 kg táo đã tăng 20% nên số tiền táo phải trả là $x + 20\%x = \frac{120}{100}x$. Khuê phải trả 154 nghìn đồng nên ta có phương trình $\frac{120}{100}x + \frac{115}{100}y = 154$. (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 130 \\ \frac{120}{100}x + \frac{115}{100}y = 154 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 130 \\ 120x + 115y = 15400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 120x + 120y = 15600 \\ 120x + 115y = 15400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 200 \\ 120x + 115y = 15400 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ 120x + 115y = 15400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90 \\ y = 40 \end{cases}$	0,25
	Vậy tuần này, giá 1 kg táo là $\frac{120}{100}x = 108$ (nghìn đồng), giá 1 kg cam là $\frac{115}{100}y = 46$ (nghìn đồng).	0,25
	2) Tính diện tích bề mặt bóng rổ	0,5
	Bán kính quả bóng rổ $R = \frac{24,5}{2} = 12,25$ (cm). Diện tích bề mặt quả bóng rổ $S = 4\pi R^2$.	0,25
	$S \approx 4.3.14.(12,25)^2 \Rightarrow S \approx 1884,785$ (cm^2). Vậy giá trị gần đúng của diện tích bề mặt quả bóng rổ là 1884,785 (cm^2).	0,25
Bài III. (2,5 điểm)	1. Giải hệ PT $\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 3 \\ 2x - \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$	1.0
	Điều kiện xác định: $y \neq 0$ Đặt $u = \frac{1}{y}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + u = 3 \\ 2x - u = 3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x + u = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ u = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ u = 1 \end{cases}$	0,25
	$\frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow y = 1$ (TMĐK).	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$.	0,25
	2) Bài toán về parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = 2x + m + 1$.	1,5
	a) Chứng minh d luôn cắt (P)	1,0
	Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và (P) là: $x^2 = 2x + m + 1$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 2x - m - 1 = 0. \quad (1)$	0,25
	Biệt thức $\Delta' = m + 2$.	0,25

Bài IV. (3,0 điểm)	Vì $ m \geq 0 \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow m + 2 > 0 \forall m \in \mathbb{R}$ nên PT (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Vậy đường thẳng d luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.	0,25
	b) Tìm m để $x_1 x_2 + x_2 - x_1 = 8$	0,5
	Theo giả thiết ta suy ra x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của PT (1). Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = - m - 1 \end{cases}$	0,25
	Do $- m - 1 < 0 \Rightarrow x_1 x_2 < 0$ mà $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 < 0, x_2 > 0$.	
	$ x_1 x_2 + x_2 - x_1 = 8 \Leftrightarrow -x_1 x_2 + x_2 + x_1 = 8 \Leftrightarrow m + 1 + 2 = 8$	
	$\Leftrightarrow m = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -5 \end{cases}$. Vậy tập hợp các giá trị cần tìm của m là $\{-5; 5\}$.	0,25
	a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp	1,0
	 Vẽ hình đúng đến ý a)	0,25
	Do MA là tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A suy ra $\widehat{OAM} = 90^\circ$. Do MB là tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B suy ra $\widehat{OBM} = 90^\circ$.	0,25
	Suy ra $\widehat{OAM} + \widehat{OBM} = 180^\circ$. Mà $\widehat{OAM}$ và $\widehat{OBM}$ là hai góc đối nên tứ giác $MAOB$ nội tiếp.	0,25
	b) Chứng minh $MA^2 = MD.MC$ và $\widehat{BDM} = \widehat{ADB}$	1,5
	Chứng minh $MA^2 = MD.MC$	0,75
	Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ ta có: $\widehat{AMC}$ chung	0,25
	+ $\widehat{ACM} = \widehat{DAM}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến với dây cung cùng chắn cung AD)	0,25
	$\Rightarrow \triangle MAC$ đồng dạng với $\triangle MDA$ (g- g) $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MD.MC$ (đpcm).	0,25
	Chứng minh $\widehat{BDM} = \widehat{ADB}$	0,75
	Xét $\triangle BDM$ và $\triangle ADB$ ta có:	0,25
	+ $\widehat{DBM} = \widehat{DAB}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến với dây cung cùng chắn cung BD)	0,25
	+ $\widehat{ACD} = \widehat{DBA}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến với dây cung cùng chắn cung AD) mà $\widehat{ACD} = \widehat{DMB}$ (hai góc so le trong do $AC \parallel MB$) nên $\widehat{DBA} = \widehat{DMB}$	0,25
	$\Rightarrow \triangle BDM$ đồng dạng $\triangle ADB$ (g-g) $\Rightarrow \widehat{BDM} = \widehat{ADB}$.	0,25

	c) Gọi F là điểm đối xứng với D qua MO. Chứng minh C, H, F thẳng hàng.	0,5
	• Chứng minh tứ giác $DHOC$ nội tiếp Ta có $\triangle AMO$ vuông tại A và $AH \perp MO$ $\Rightarrow MA^2 = MH \cdot MO$. Theo phần kết quả phần (b) $MA^2 = MD \cdot MC$ $\Rightarrow MD \cdot MC = MH \cdot MO$. Xét $\triangle MCO$ và $\triangle MHD$ có $\widehat{CMO}$ chung và $\frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}$ nên $\triangle MCO$ và $\triangle MHD$ đồng dạng (c-g-c). $\Rightarrow \widehat{MCO} = \widehat{MHD} \Rightarrow DHOC$ là tứ giác nội tiếp. Ta có $\widehat{CHO} = \widehat{CDO}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OC) Lại có $\widehat{CDO} = \widehat{MCO}$ (tam giác OCD cân tại O) Mà $\widehat{MCO} = \widehat{MHD}$ (do tứ giác $DCOH$ nội tiếp) $\widehat{MHD} = \widehat{MHF}$ (Do D, F đối xứng nhau qua MO) Vậy $\widehat{CHO} = \widehat{MHF}$. Ta lại có M, H, O thẳng hàng nên $\widehat{CHO} + \widehat{MHC} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{MHF} + \widehat{MHC} = 180^\circ$. Vậy ba điểm F, H, C thẳng hàng.	0,25 0,25
Bài V. (0,5 điểm)	Ta có $P = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{10}{2ab} + ab = \left(\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} \right) + \left(\frac{4}{ab} + ab \right) + \frac{1}{2ab}$. Ta có BĐT $(x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 + 4xy \geq 4xy \Leftrightarrow (x + y)^2 \geq 4xy$. Với hai số dương x, y ta có $(x + y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow \frac{x + y}{xy} \geq \frac{4}{x + y} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x + y}$. Áp dụng BĐT $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x + y}$, BĐT Côsi $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ cho hai số dương x, y và giả thiết ta có: $\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} \geq \frac{4}{(a + b)^2} \geq \frac{1}{2}; \quad \frac{4}{ab} + ab \geq 2\sqrt{\frac{4}{ab} \cdot ab} = 4; \quad \frac{1}{2ab} \geq \frac{2}{(a + b)^2} \geq \frac{2}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{1}{4}$ Suy ra $P \geq \frac{19}{4}$.	0,25
	Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a = b \\ \frac{4}{ab} = ab \\ a + b = 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \sqrt{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{19}{4}$ khi $a = b = \sqrt{2}$.	0,25