

Câu I. (2 điểm) Cho biểu thức $A = \left[\frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})} - \frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})} \right] : \left[\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right)^2 - \frac{1}{\sqrt{xy}} \right]$

với $x > 0, y > 0, x \neq y$.

1) Chứng minh rằng $A = \sqrt{xy}$.

2) Tìm tất cả các số thực x, y biết $A = 2$ và $x + 2y = 6$.

Câu II. (2 điểm)

Một nhà máy theo kế hoạch phải sản xuất 20000 hộp khẩu trang trong thời gian quy định (số hộp khẩu trang nhà máy sản xuất được trong mỗi ngày là bằng nhau). Để đẩy nhanh tiến độ trong công cuộc phòng chống đại dịch COVID – 19, mỗi ngày nhà máy đã sản xuất nhiều hơn kế hoạch 100 hộp khẩu trang. Do đó, nhà máy đã hoàn thành công việc trước thời hạn 10 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy phải sản xuất bao nhiêu hộp khẩu trang?

Câu III. (2 điểm) Cho phương trình $x^2 + (1-m)x - 2m - 4 = 0$, m là tham số.

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của tham số m . Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1 + 2)(x_2 + 2)$.

2) Tìm m để hai nghiệm $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ thỏa mãn $\frac{1}{(x_1 + 2)^2} + \frac{4}{(x_2 + 2)^2} = 2$.

Câu IV. (3 điểm) Cho đường tròn tâm O có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi M là điểm tùy ý trên cung nhỏ AC (M không trùng với A và C). Tia DM cắt các đường thẳng AB, AC và BC lần lượt tại N, P và Q . Gọi H là hình chiếu của điểm C trên đường thẳng AQ .

1) Chứng minh rằng tứ giác $AOCH$ nội tiếp và tia HO là tia phân giác của $\widehat{AHC}$.

2) Chứng minh $\frac{PA}{PC} = \frac{HA}{HC}$.

3) Chứng minh $\frac{1}{NA^2} + \frac{1}{NB^2} = \frac{2}{NM^2}$.

Câu V. (1 điểm) Cho a, b, x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện

$x^2 - x + 1 = a^2, y^2 + y + 1 = b^2$ và $(2x - 1)(2y + 1) = 2ab + 3$. Chứng minh rằng $x + y = ab$.

.....Hết.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....