

*Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)***Bài 1:** (2 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-6} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4$$

- Tính giá trị của A khi $x = 9$
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm x để $A.B < \frac{1}{2}$

Bài 2: (2,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tính các kích thước của một hình chữ nhật biết rằng, nếu tăng chiều dài thêm 3cm và giảm chiều rộng đi 2cm thì diện tích giảm 12cm^2 . Còn nếu giảm chiều dài 2cm và tăng chiều rộng 2cm thì diện tích tăng thêm 8cm^2

2. Người ta đúc một ống cống bằng bê tông có dạng hình trụ rỗng với đường kính ngoài là 60cm, độ dày 10cm và chiều cao 120cm. Tính thể tích phần bê tông.

Bài 3: (2 điểm) 1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 2\sqrt{y} = 6 \\ 2x^2 - 5\sqrt{y} = 3 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng

(d): $y = 2(m+2)x - 2m + 1$ (với m là tham số)

a. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b. Gọi x_1 và x_2 là hoành độ giao điểm của (P) và (d).

Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$

Bài 4: (3 điểm)

Cho nửa (O,R) đường kính AB, điểm C bất kì thuộc nửa đường tròn. Kẻ CH vuông góc với AB tại H. Gọi I là trung điểm của CH; Tia AI cắt nửa đường tròn tại M.

a) Chứng minh tứ giác BHIM nội tiếp

b) Chứng minh: $AI.AM = AC^2$

c) Kẻ tiếp tuyến Bx cùng phía với nửa đường tròn. Gọi N là giao điểm của tia AM với Bx. Chứng minh NC là tiếp tuyến của (O).

Bài 5: (0,5 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa $x + y = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2x^2 - y^2 + x + \frac{1}{x} + 1$.

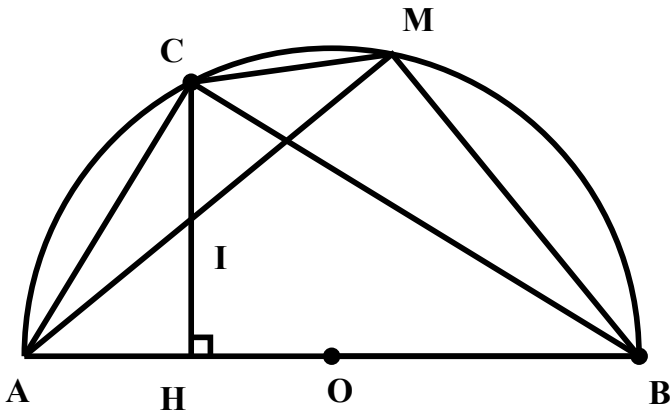
Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1 (2đ)	a	Với $x = 9$ (TMĐK) thay vào biểu thức A ta được:	0,25
		Tính đúng $A = \frac{1}{5}$, KL:	0,25
	b	ĐKXĐ: $x \geq 0; x \neq 4$ $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-6}$ $= \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{7\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3) - \sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - (7\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{2x+5\sqrt{x}-3-x+2\sqrt{x}-7\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$	0,25
		KL: $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	c	ĐKXĐ: $x \geq 0; x \neq 4$ $A.B < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{2} < 0$ $\Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x}-2) - (\sqrt{x}+3)}{2(\sqrt{x}+3)} < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-4-\sqrt{x}-3}{2(\sqrt{x}+3)} < 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-7}{2(\sqrt{x}+3)} < 0$	0,25
		Vì $x \geq 0 \Rightarrow 2(\sqrt{x}+3) > 0$	

		Nên để $\frac{\sqrt{x}-7}{2(\sqrt{x}+3)} < 0$ thì $\sqrt{x}-7 < 0 \Rightarrow \sqrt{x} < 7 \Rightarrow x < 49$ Vậy $0 \leq x < 49$ và $x \neq 4$ thì $A.B < \frac{1}{2}$	0,25
2 (2,5đ)	1	Gọi chiều dài ban đầu là x (cm, $x > 2$)	0,5
		Và chiều rộng ban đầu là y (cm, $y > 2$)	
		Thì diện tích ban đầu là xy (cm ²)	0,25
		Theo bài ra ta có hệ phương trình:	0,25
		$\begin{cases} (x+3)(y-2) = xy-12 \\ (x-2)(y+2) = xy+8 \end{cases}$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x+3y-6 = xy-12 \\ xy+2x-2y-4 = xy+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+3y = 6 \\ 2x-2y = 12 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ PT được (x,y) = (12; 6) (tmđk)	0,5
		Nhận định KQ, trả lời:	
		Vậy chiều dài ban đầu là 12(cm)	
		Chiều rộng ban đầu là 6(cm)	0,25
	2	Bán kính khối trụ ngoài là: $60:2 = 30\text{cm}$	
		Thể tích khối trụ ngoài là: $V_1 = \pi.30^2.120 = 108000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25
		Bán kính phần trụ rỗng bên trong là: $30-10=20\text{cm}$	
		Thể tích phần trụ rỗng bên trong là: $V_2 = \pi.20^2.120 = 48000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25
		Thể tích của phần bê tông là:	
		$V = V_1 - V_2 = 108000\pi - 48000\pi = 60000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	
3 (2đ)	3.1 0,75đ	$\begin{cases} x^2 + 2\sqrt{y} = 6 \\ 2x^2 - 5\sqrt{y} = 3 \end{cases} \quad \text{Đkxđ: } y \geq 0$	
		Đặt $\begin{cases} x^2 = a \\ \sqrt{y} = b \end{cases} \quad (a, b \geq 0)$	
		$\text{Hệ pt} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 6 \\ 2a - 5b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 12 \\ 2a - 5b = 3 \end{cases}$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 9b = 9 \\ a + 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \quad (\text{tm})$	0,25
		Thay ẩn: $\begin{cases} x^2 = 4 \\ \sqrt{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad (\text{tm})$	0,25
		Vậy hệ pt đã cho có hai nghiệm: (x , y) = (-2; 1) và (x , y) = (2; 4)	0,25
	3.2 (a)	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):	
		$x^2 = 2(m+2)x - 2m + 1$	

	0,5 đ	$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+2)x + 2m - 1 = 0 \quad (*)$	0,25
		$\Delta' = m^2 + 4m + 4 - 2m + 1 = 0$ $= m^2 - 2m + 5 = (m - 1)^2 + 4 > 0 \quad \forall m$ $\Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m$ $\Rightarrow$ Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\forall m$	0,25
	3.2 (b) 0,75 đ	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 - 2(m+2)x + 2m - 1 = 0 \quad (*)$ Theo phần a) phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m$ Theo Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 x_2 = 2m - 1 \end{cases}$ Theo bài: $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 13$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - x_1 x_2 = 13$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 13$ $\Leftrightarrow 4(m+2)^2 - 3(2m-1) = 13$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 6m + 3 = 13$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 10m + 6 = 0$ $\Leftrightarrow 2m^2 + 5m + 3 = 0$ Nx: $a - b + c = 2 - 5 + 3 = 0$ Ph có hai nghiệm: $m_1 = -1; m_2 = \frac{-3}{2}$ KL:	0,25
			0,25
4 (3đ)	a	 Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
		Vì AB là đường kính (O) nên $\widehat{AMB} = 90^\circ$ Xét tứ giác BHIM có: $\widehat{BHI} = 90^\circ$ (gt) ; $\widehat{BMI} = 90^\circ$ Cm trên) Mà hai góc ở vị trí đối diện Vậy tứ giác BHMI nội tiếp	0,25
	b		0,25
		Xét trong (O) ta có: $\widehat{AMC} = \widehat{ABC}$ (góc nt chắn cung AC) (1)	

	Mặt khác: $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACH}$ (Cùng phụ với $\widehat{CAH}$) (2) $\Rightarrow$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{AMC} = \widehat{ACH}$ Xét $\triangle AMC$ và $\triangle ACI$ cú: $\widehat{A}$ là góc chung $\widehat{AMC} = \widehat{ACI}$ (cm trên) $\Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle ACI$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AC}{AI} \Rightarrow AC^2 = AI \cdot AM$	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
c	Gọi E là giao điểm của AC với tia Bx. Do $Bx \perp AB$ nên $Bx \parallel CH$. Áp dụng hệ quả định lý Talet ta có: $\frac{HI}{BN} = \frac{AI}{AN} ; \quad \frac{CI}{EN} = \frac{AI}{AN}$ $\Rightarrow \frac{HI}{BN} = \frac{CI}{EN}. \text{ Mà } HI = CI \Rightarrow BN = NE$ Do tam giác BCE vuông tại C nên $NC = NB = \frac{1}{2}BE$ $\Rightarrow \triangle OCN = \triangle OBN$ (c-c-c) $\Rightarrow \widehat{OCN} = \widehat{OBN} \Rightarrow \widehat{OCN} = 90^\circ$ Vậy CN là tiếp tuyến của (O)	0.25
		0,25

5 (0,5)	Ta có: $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$ thay vào A ta được: $A = 2x^2 - y^2 + x + \frac{1}{x} + 1 = 2x^2 - (1 - x)^2 + x + \frac{1}{x} + 1$ $= 2x^2 - (x^2 - 2x + 1) + x + \frac{1}{x} + 1 = x^2 + 2x + x + \frac{1}{x}$ $= \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4}$	0,25
	Dễ thấy $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0, \forall x$ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $4x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{1}{x}} = 4$ Suy ra $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4} \geq 0 + 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$ Dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{1}{2}$ Vậy $\text{Min}_{(A)} = \frac{15}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$.	0,25

Ghi chú: Học sinh làm cách khác đúng chấm điểm tương đương.