

Họ và tên:

Số báo danh:

Câu 1. (2,5 điểm)

a) So sánh $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ với 7

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 5x+2y=6 \end{cases}$$

c) Cho hàm số (d) $y = ax + b$. Tìm a và b để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng (d') $y = -2x + 3$ và cắt đường thẳng (d'') $y = x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng - 2.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - x - 12 = 0$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm dương của phương trình : $x^2 - 5x + 4 = 0$. Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x_1}}{x_2} - \frac{\sqrt{x_2}}{x_1}$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Trong dịp kỷ niệm 50 năm thành lập huyện, 180 học sinh được điều về tham gia điều hành, người ta tính : nếu dùng loại xe lớn chuyên chở một lượt hết số học sinh thì phải điều động ít hơn dùng loại xe nhỏ là 2 chiếc. Biết rằng mỗi ghế ngồi 1 học sinh và mỗi xe lớn nhiều hơn xe nhỏ là 15 chỗ ngồi. Tính số xe lớn, nếu loại xe đó được huy động.

b) Một bể nước phía trên là hình trụ cao 4m, bán kính đáy là 1,2m. Đáy lõm xuống hình nửa mặt cầu. Tính diện tích bề mặt ngoài của bể, biết bể không có nắp (lấy $\pi \approx 3,14$, các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O), bán kính R, đường thẳng d không qua O và cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Từ một điểm C trên d (A nằm giữa B và C) kẻ hai tiếp tuyến CM, CN với đường tròn (M, N thuộc (O), M và O nằm cùng phía đối với AB), MN cắt OC tại H.

a) Chứng minh tứ giác CMON nội tiếp.

b) Chứng minh $CM^2 = CA.CB$ và $\widehat{OAB} = \widehat{CHA}$.

c) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt các tia CM, CN lần lượt tại E và F. Xác định vị trí của C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

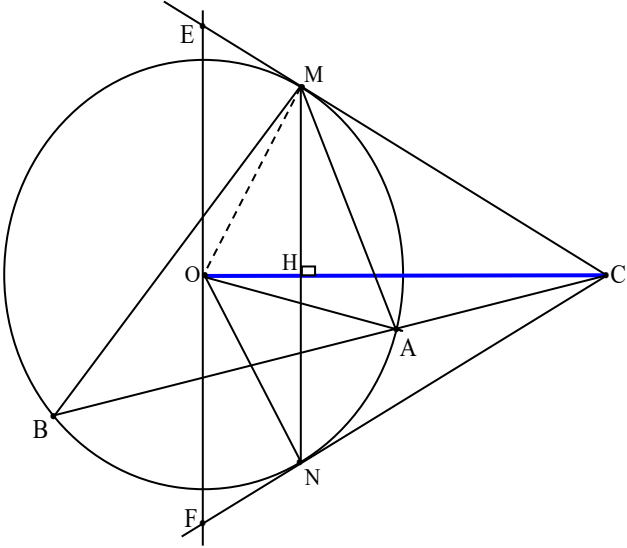
Câu 5. (0,5 điểm) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{y - 2x} = x^2 + 2 \\ x^2 + y - 3xy = x + 10 \end{cases}$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN
ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT LẦN 1 NĂM HỌC 2023-2024

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
	a	Ta có $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1}$	0.5
		$= 4\sqrt{3} = \sqrt{48} < \sqrt{49} = 7$	0.5
	b	$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 15y = -10 \\ 10x + 4y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = -22 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 5x + 2.(-2) = 6 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$	0.25
	c	Hàm số (d) $y = ax + b$ song song với đường thẳng (d') $y = -2x + 3$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b \neq 3 \end{cases}$	0.25
		Với $x = -2$ thay vào đường thẳng (d'') $y = x + 1$ ta có $y = -1$	0.25
		Hàm số (d) $y = ax + b$ cắt (d'') tại điểm $(-2; -1)$ nên ta có: $-1 = a.(-2) + b$ hay $-1 = -2.(-2) + b \Rightarrow b = -5$ (TM)	0.25
		Vậy $a = -2; b = -5$	
	Câu 2	a	$\Delta = 49 > 0$
Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = -3; x_2 = 4$			0.25
b		Vì phương trình có 2 nghiệm dương nên theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$	0,25
		$A = \frac{\sqrt{x_1^3} - \sqrt{x_2^3}}{x_1 x_2} = \frac{(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})(x_1 + \sqrt{x_1 x_2} + x_2)}{x_1 x_2}$	0.25
		Đặt $B = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \Rightarrow B^2 = 5 - 2.2 = 1 \rightarrow B = \pm 1$	0.25
		Thay vào tính được $A = \pm \frac{7}{4}$	0.5
Câu 3	Ý 1.	Gọi số xe lớn là x (chiếc), x nguyên dương.	0.25
		Ta có số xe nhỏ là $x + 2$ (xe) Ta có số học sinh xe lớn chở được là $\frac{180}{x}$ (hs).	0.25

	Ta có số học sinh xe nhỏ chở được là $\frac{180}{x+2}$ (hs). Vì mỗi xe lớn nhiều hơn xe nhỏ là 15 chỗ ngồi, ta có phương trình : $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 15$ Giải phương trình ta được $x = 4$. Vậy số xe lớn là 4.	0.25 0.25 0.25 0.25
	b) Diện tích bề mặt ngoài của bể là tổng của diện tích xung quanh hình trụ với diện tích của nửa mặt cầu có cùng bán kính đáy hình trụ. Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xqht} = 2\pi r h = 2.3,14.1,2.4 = 30,14 \text{ (m}^2\text{)}$ Diện tích nửa mặt cầu là : $S_{nmc} = 2\pi r^2 = 2. 3,14. 1,2^2 = 9,04 \text{ (m}^2\text{)}$ $S_{bm} = S_{xqht} + S_{nmc} = 30,14 + 9,04 = 39,18 \text{ (m}^2\text{)}$	0.25 0.25
		Vẽ hình đến câu a) 0,5
a	Ta có CM, CN lần lượt là tiếp tuyến của (O) tại M, N (giả thiết). $\Rightarrow \widehat{CMO} = 90^\circ ; \widehat{CNO} = 90^\circ$ Xét tứ giác CMON có $\widehat{CMO} + \widehat{CNO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác CMON nội tiếp.	0.25 0.25 0.25 0.25
b	Xét tam giác $\triangle CAM$ và $\triangle CMB$ có: $\widehat{ACM}$ chung $\widehat{CMA} = \widehat{CBM}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây và góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{MA}$ của (O)) $\Rightarrow \triangle CAM \sim \triangle CMB$ (g – g) $\Rightarrow \frac{CA}{CM} = \frac{CM}{CB}$ $\Rightarrow CA.CB = CM^2$ (đpcm)	0.25 0.25
	Chứng minh $\widehat{OAB} = \widehat{CHA}$.	

	Ta có: $CM = CN$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau) ; $OM = ON = R$. $\Rightarrow OC$ là đường trung trực của MN (tính chất điểm cách đều hai đầu đoạn thẳng). $\Rightarrow OC \perp MN$ tại H và H là trung điểm của MN. Xét $\triangle OMC$ vuông tại M (vì $\widehat{CMO} = 90^\circ$) và có MH là đường cao $\Rightarrow CM^2 = CH.CO$ (hệ thức lượng) Mà $CA.CB = CM^2$ (cmt) $\Rightarrow CH.CO = CA.CB$ (1) Xét tam giác $\triangle CAH$ và $\triangle COB$ có: $\frac{CA}{CO} = \frac{CH}{CB} \text{ (theo (1))}$ $\widehat{HCA}$ chung. $\Rightarrow \triangle CAH \sim \triangle COB$ (c - g - c) $\Rightarrow \widehat{OBC} = \widehat{CHA}$ (cặp góc tương ứng). Hay $\widehat{OBA} = \widehat{CHA}$ (2) Ta có $OA = OB = R \Rightarrow \triangle BOA$ cân tại $O \Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OAB}$ (3) Từ (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{CHA}$ (đpcm).	0.25
	Ta có $CM = CN$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \triangle MCN$ cân tại C. Mà $EF \parallel MN$ (giả thiết) ; EF cắt tia CM tại E; EF cắt tia CN tại F. $\Rightarrow \triangle ECF$ cân tại C. Mà OC là đường trung trực của MN nên OC cũng là đường trung trực của EF . $\Rightarrow S_{\triangle ECF} = 2S_{\triangle ECO} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot OM \cdot EC = OM \cdot (EM + MC)$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông COE, đường cao OM, ta có: $OM^2 = EM \cdot MC$ Áp dụng BĐT cosí ta có: $EM + MC \geq 2\sqrt{EM \cdot MC} = 2\sqrt{OM^2} = 2OM = 2R$ $\Rightarrow S_{\triangle ECF} = 2S_{\triangle ECO} \geq OM \cdot 2OM = 2OM^2 = 2R^2 \text{ (vì } OM = R\text{)}.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow$ dấu “=” ở BĐT cosí xảy ra $\Leftrightarrow EM = MC = R$ $\Leftrightarrow \triangle OMC \text{ vuông cân tại } M.$ $\Leftrightarrow OC = R\sqrt{2}$ Vậy điểm C trên d sao cho khoảng cách $OC = R\sqrt{2}$ thì $(S_{\triangle ECF})_{\min} = 2R^2$ (đvdt)	0.25
Câu 5	ĐK: $y \geq 2x$ $(1) \Leftrightarrow y - 2x + \sqrt{y - 2x} - x^2 + 3x - 2 = 0$	

	Đặt $t = \sqrt{y - 2x}$ ($t \geq 0$). Ta có phương trình $t^2 + t - x^2 + 3x - 2 = 0$ Giải phương trình trên ta được : $\begin{cases} t = x - 2 \\ t = 1 - x \end{cases}$ *Với $t = x - 2 \Leftrightarrow \sqrt{y - 2x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ y = x^2 - 2x + 4 \end{cases}$ Thay vào pt (2) ta được : $3x^3 - 8x^2 + 15x + 6 = 0 \Leftrightarrow (3x + 1)(x^2 - 3x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$ (loại) *Với $t = 1 - x \Leftrightarrow \sqrt{y - 2x} = 1 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$ Thay vào pt (2) ta được: $3x^3 - 2x^2 + 4x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(3x^2 - 5x + 9) = 0$ $\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 2$. Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (-1 ; 2)$	0.25 0.25
--	--	-------------------------