

Bài I (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x+4}{\sqrt{x+4}}$; $B = \left(\frac{x+3\sqrt{x}-3}{x-16} - \frac{1}{\sqrt{x+4}} \right) : \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}}$, với $x \geq 0; x \neq 16$.

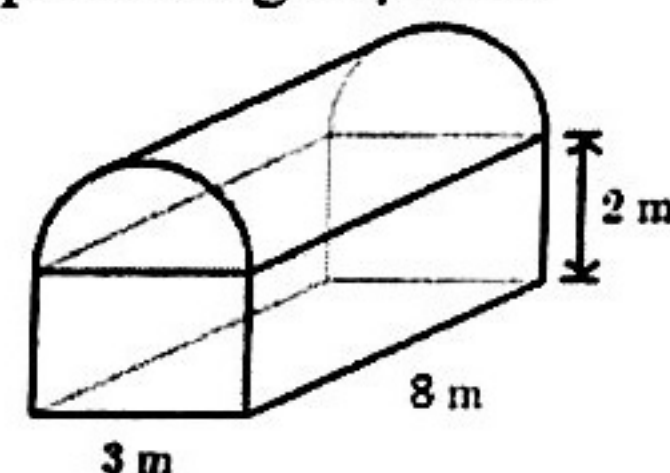
- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{A}{B}$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai xe ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng, xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 30 phút. Lúc trở về xe thứ nhất tăng vận tốc thêm 12 km mỗi giờ, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng có dừng lại nghỉ ở Hải Dương hết 10 phút, sau đó về đến Hà Nội cùng lúc với xe thứ nhất. Tìm vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết chiều dài quãng đường từ Hà Nội đến Hải phòng là 120 km và khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc.

2) Một kiến trúc sư muốn xây dựng một ngôi nhà kính có hình dạng gồm một hình hộp chữ nhật ở đáy và một nửa hình trụ ở trên. Biết hình hộp chữ nhật có kích thước là $8 \times 3 \times 2$ m như hình vẽ. Tính thể tích của nhà kính này.



Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3|x-1| + 2(x-y) = 4 \\ 4|x-1| - (x-y) = 9 \end{cases}$$

2) Cho hàm số $y = -x^2$ (P) và $y = 2x + m - 3$ (d).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1; 2)$.

b) Tìm điều kiện tham số m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ thỏa mãn $(y_1 + 2x_2 + m)(y_2 + 2x_1 - 3m) = -51$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác vuông ABC tại C nội tiếp trong đường tròn tâm O . Trên cung nhỏ BC lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB (H thuộc AB) và E là giao điểm của CH với AD .

1) Chứng minh tứ giác $BDEH$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $AE \cdot AD = AH \cdot AB$, từ đó suy ra: $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$.

3) Đường thẳng qua E song song với AB , cắt BC tại F . Chứng minh CD vuông góc với DF và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF .

Bài V (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $\frac{1}{1+a} + \frac{43}{43+2b} \leq \frac{4c}{4c+47}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a.b.c$.

-----Hết-----