

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Trong các câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A).

Câu 1. Biểu thức $P = \frac{2023}{x-1}$ nhận giá trị dương khi và chỉ

- A. $x < 1$ B. $x > 1$. C. $x \leq 2023$. D. $x = 1$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = mx - 4$ (m là tham số) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2. Giá trị của m bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và $HB = 3HC$, biết $AC = 2\sqrt{3}cm$. Độ dài cạnh AB là

- A. $6cm$. B. $4\sqrt{3}cm$. C. $2\sqrt{6}cm$. D. $4cm$.

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ có $AC = 4\sqrt{2}$. Khi đó bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 4.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (1,5 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2023x + y = 2024 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 4$). Tìm x để $A = 2$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x - m + 1$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

$$x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } \frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right).$$

Câu 8 (1,0 điểm). Một bác nông dân dự định trồng 250 cây giống gồm cây táo và cây ổi. Nhưng trên thực tế do cải tiến kỹ thuật bác nông dân trồng thêm được 22 cây nữa nên số cây táo được trồng tăng 8%, số cây ổi được trồng tăng 10% so với dự định ban đầu. Hỏi ban đầu bác nông dân dự định trồng bao nhiêu cây táo, bao nhiêu cây ổi?

Câu 9 (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là các tiếp điểm). Qua A , kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E , đường thẳng ME cắt đường tròn tại F , đường thẳng AF cắt MO tại N .

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $MN^2 = NF \cdot NA$.

c) Gọi H là giao điểm giữa MO và AB . Chứng minh $MN = NH$ và $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Câu 10 (0,5 điểm). Giải phương trình $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$.

———— HẾT ————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

HDC gồm 04 trang

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4
Đáp án	B	C	A	B

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải. Nếu thí sinh có cách giải khác và đúng thì giám khảo cho điểm theo thang điểm của hướng dẫn chấm.
- Trong một bài, thí sinh giải đúng đến đâu cho điểm đến đó.
- Bài 9 nếu không vẽ hình thì không cho điểm, nếu vẽ hình sai phần nào thì không cho điểm ứng với phần vẽ hình sai đó.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

Câu 5 (1,5 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

Nội dung	Điểm
Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4.2.1 = 1$	0,75
Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \frac{3+1}{2.2} = 1; x_2 = \frac{3-1}{2.2} = \frac{1}{2}$.	0,25
	0,5

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2023x + y = 2024 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$.

Nội dung	Điểm
Hệ phương trình $\begin{cases} 4046x + 2y = 4048 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$	0,75
$\Leftrightarrow \begin{cases} 4046x + 2y = 4048 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 4045x = 4045 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ KL: Hệ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$.	0,25
	0,25

Câu 6 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 4$). Tìm x để $A = 2$.

Nội dung	Điểm
Ta có $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	1,0
$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+3\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2}$	0,25
$A = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+5 = 2\sqrt{x}+4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$	0,25
Vậy để $A = 2$ thì $x = 1$.	0,25

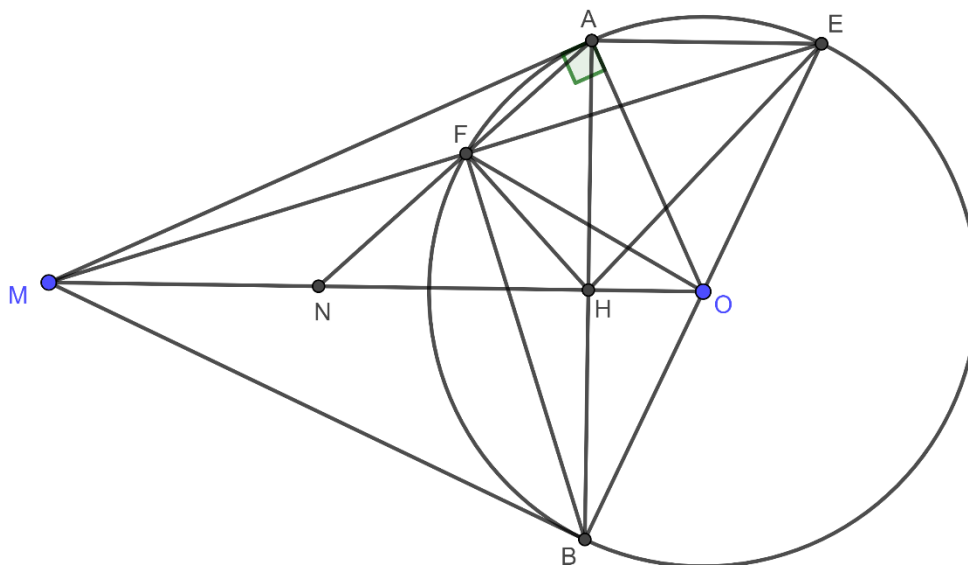
Câu 7 (1,0 điểm). Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x - m + 1$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right)$.

Nội dung	Điểm 1,0
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là: $x^2 = x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - x + m - 1 = 0$ (1) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (-1)^2 - 4.(m - 1) > 0 \Leftrightarrow 5 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$.	0,25
Ta có x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (P) và d nên x_1, x_2 là nghiệm của (1) Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$	0,25
Ta có: $\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{2x_2^2 + 5x_1 x_2}{x_1^2 x_2^2} = \frac{4 - 4x_1^2}{x_1^2 x_2^2} \Leftrightarrow 2x_2^2 + 5x_1 x_2 + 4x_1^2 - 4 = 0$ (2)	0,25
Mặt khác $x_1 + x_2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1 - x_2$ thế vào (2) ta được: $2x_2^2 + 5(1 - x_2)x_2 + 4(1 - x_2)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 - 3x_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 0(l) \\ x_2 = 3 \end{cases}$ Với $x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = -2$ suy ra $m - 1 = -6 \Leftrightarrow m = -5$ (thỏa mãn) Vậy $m = -5$.	0,25

Câu 8 (1,0 điểm). Một bác nông dân dự định trồng 250 cây giống gồm cây táo và cây ổi. Nhưng trên thực tế do cải tiến kỹ thuật bác trồng thêm được 22 cây nữa nên số cây táo được trồng tăng 8%, số cây ổi được trồng tăng 10% so với dự định ban đầu. Hỏi ban đầu bác nông dân dự định trồng bao nhiêu cây táo, bao nhiêu cây ổi?

Nội dung	Điểm 1,0
Gọi số cây táo bác nông dân dự định trồng ban đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*$) số cây ổi bác nông dân dự định trồng ban đầu là y ($y \in \mathbb{N}^*$) Vì tổng số cây dự định trồng ban đầu là 250 cây nên ta pt: $x + y = 250$ (1)	0,25
Nhưng trên thực tế trồng thêm được 22 cây và số cây táo được trồng thêm tăng 8% và số cây ổi được trồng thêm tăng 10% so với dự định ban đầu nên ta có pt: $8\%x + 10\%y = 22 \Leftrightarrow 4x + 5y = 1100$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) ta có hệ pt: $\begin{cases} x + y = 250 \\ 4x + 5y = 1100 \end{cases}$ Giải hệ pt ta được: $x = 150, y = 100$	0,25
Vậy ban đầu bác nông dân dự định trồng 150 cây táo và 100 cây ổi.	0,25

Câu 9 (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là các tiếp điểm). Qua A , kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E , đường thẳng ME cắt đường tròn tại F , đường thẳng AF cắt MO tại N .



a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

Nội dung	Điểm
Theo giả thiết, ta có $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$	1,0
Vậy A, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO , hay tứ giác $MAOB$ nội tiếp.	0,5
	0,5

b) Chứng minh $MN^2 = NF.NA$.

Nội dung	Điểm
Xét hai tam giác MNF và ANM có: $\widehat{MNF}$ chung (1)	0,25
Mặt khác: $\widehat{NMF} = \widehat{AEF}$ (so le trong), mà $\widehat{AEF} = \widehat{MAF} = \frac{1}{2}sd \widehat{AF}$	0,25
Suy ra $\widehat{NMF} = \widehat{MAF}$ (2)	
Từ (1) và (2) ta có: $\triangle MNF \sim \triangle ANM$ (g.g) suy ra $\frac{MN}{AN} = \frac{NF}{NM}$ hay $MN^2 = NF.NA$ (*) (đpcm)	0,25

c) Gọi H là giao điểm giữa MO và AB . Chứng minh $MN = NH$ và $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Nội dung	Điểm
Ta có: $MO \perp AB$, $AE \parallel MO$ suy ra $\widehat{EAB} = 90^\circ \Rightarrow BE$ là đường kính của $(O) \Rightarrow \widehat{BFE} = 90^\circ$	0,25
Xét tứ giác $MFHB$ có $\widehat{MFH} = \widehat{MHB} = 90^\circ$ nên tứ giác $MFHB$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{HMB} = \widehat{HFB}$	
Mặt khác $\triangle MNF \sim \triangle ANM \Rightarrow \widehat{NFM} = \widehat{NMA}$ suy ra $\widehat{NFM} = \widehat{NMA} = \widehat{HMB} = \widehat{HFB}$	0,25
Do đó $\widehat{HFB} + \widehat{BFN} = \widehat{NFM} + \widehat{BFN} = 90^\circ$ nên $HF \perp AN$	0,25
Xét tam giác AHN vuông tại A có: $NF.NA = NH^2$ (**)	0,25

Từ (*) và (**) ta có: $NH^2 = MN^2$ hay $MN = NH$	
Ta có: $HF^2 = FA.FN$ và $\frac{EF}{MF} = \frac{FA}{FN}$ (Định lý Thales).	0,25
Suy ra $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = \frac{HB^2}{FA.FN} - \frac{FA}{FN} = \frac{HB^2 - AF^2}{FA.FN} = \frac{HA^2 - AF^2}{FA.FN} = \frac{HF^2}{HF^2} = 1$ (đpcm)	0,25

Câu 10 (0,5 điểm). Giải phương trình $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$.

Nội dung	Điểm
Điều kiện: $x \geq 1$. Ta có: $\sqrt{x - \frac{1}{x}} = \sqrt{1 \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)} \leq \frac{1 + \left(x - \frac{1}{x}\right)}{2}$ và $\sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{1}{x}(x-1)} \leq \frac{\frac{1}{x} + (x-1)}{2}$ Suy ra $VP = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \leq x = VT$	0,25
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 1 = x - \frac{1}{x} \\ \frac{1}{x} = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.	0,25

-----Hết-----