

Đề thi thử gồm 02 trang.

Phần I - Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\frac{2023}{\sqrt{6-x}}$ có nghĩa là

- A. $x \leq 6$. B. $x \neq 6$. C. $x < 6$. D. $x > 6$.

Câu 2. Giá trị biểu thức $\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} + \sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. 2. D. -2.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -4x + 5$. B. $y = (\sqrt{2} - 1)x - 1$. C. $y = \sqrt{3}x^2$. D. $y = -x^2$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ACB} = 30^\circ$, cạnh $AB = 5\text{cm}$. Độ dài cạnh AC bằng

- A. $5\sqrt{3}\text{cm}$. B. 5cm . C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}\text{cm}$. D. $\frac{5}{\sqrt{3}}\text{cm}$.

Câu 5: Phương trình nào sau đây có tổng hai nghiệm bằng 3?

- A. $x^2 - 3x + 5 = 0$. B. $x^2 - 3x - 2 = 0$. C. $x^2 + 3x - 9 = 0$. D. $x^2 - 3 = 0$.

Câu 6. Cho hàm số bậc nhất $y = (1 - 2m)x + m - 3$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

- A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 18\text{cm}$, $AC = 24\text{cm}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó bằng

- A. 30cm . B. 15cm . C. $15\sqrt{2}\text{cm}$. D. 20cm .

Câu 8. Cho khối nón có đường sinh bằng hai lần bán kính đáy. Biết thể tích của khối nón là $3\pi\text{cm}^3$. Chiều cao của khối nón bằng

- A. $\sqrt{3}\text{cm}$. B. $2\sqrt{3}\text{cm}$. C. $3\sqrt{3}\text{cm}$. D. 3cm .

Phần II - Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{20} = -1$.

2) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$, với $x > 0, x \neq 1$.

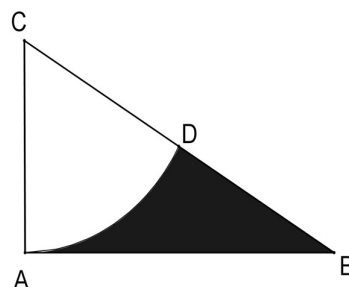
Câu 2. (1,5 điểm)

- 1) Tìm tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - 1$.
- 2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m+1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 = 4x_2$.

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{2x-3} + \frac{3}{\sqrt{y+1}} = 4 \\ \frac{2}{2x-3} + \frac{1}{\sqrt{y+1}} = 3. \end{cases}$$

Câu 4. (3,0 điểm)

- 1) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$. Vẽ cung tròn tâm C bán kính CA cắt BC tại D . Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



- 2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$), các đường cao BE, CF . Gọi K là giao điểm của đường thẳng EF và BC . Đường thẳng AK cắt đường tròn (O) tại M (M khác A).
 - a. Chứng minh $BFEC$ là tứ giác nội tiếp.
 - b. Chứng minh $KB.KC = KE.KF$ và $\widehat{MAF} = \widehat{MEF}$.

Câu 5. (1,0 điểm)

1. Giải phương trình $\sqrt{7x^2 + 25x + 19} = \sqrt{x^2 - 2x - 35} + 7\sqrt{x+2}$.
2. Xét $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 3$. Chứng minh: $\frac{1}{x^2 + 2yz} + \frac{1}{y^2 + 2zx} + \frac{1}{z^2 + 2xy} \geq 1$.

----- **Hết** -----

Họ và tên thí sinh:
Số báo danh:

Họ tên, chữ ký GT 1:
Họ tên, chữ ký GT 2:

I. Hướng dẫn chung

- Học sinh giải theo cách khác mà đúng cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài là tổng điểm các câu, không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm

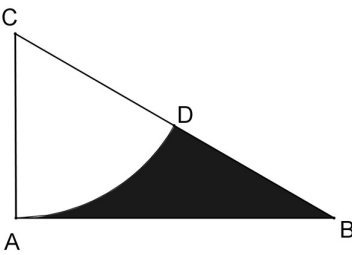
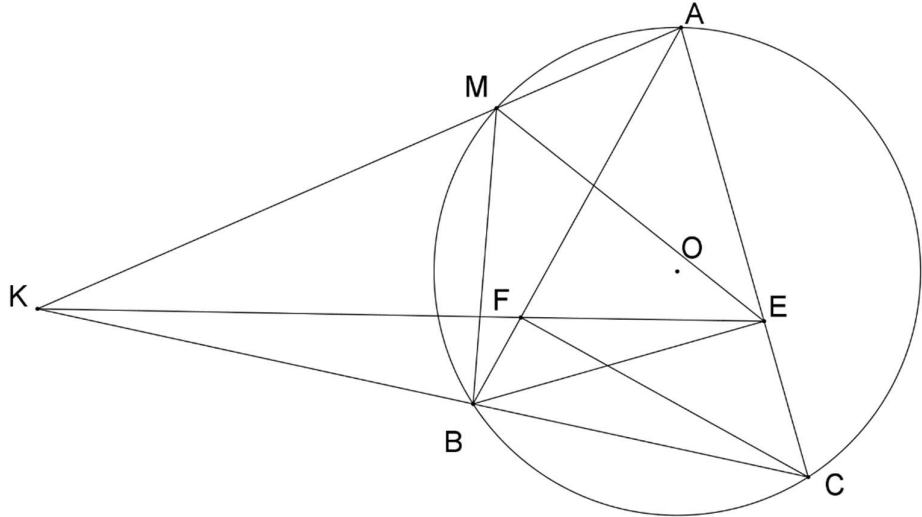
Phần I. Trắc nghiệm: (2 điểm) Mỗi câu đúng cho 0,25 điểm

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Đáp án	C	A	B	A	B	C	B	D

Phần II. Tự luận: (8 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1.1 (0,5 điểm)	Chứng minh đẳng thức $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{20} = -1$.	
	$VT = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{5}-1 - 2\sqrt{5}$	0,25
	$= \sqrt{5} + \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = -1.$	0,25
Câu 1.2 (1,0 điểm)	Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$, với $x > 0, x \neq 1$.	
	Với $x > 0, x \neq 1$ ta có: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^2}$	0,25
	$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{1}{(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^2}$	0,25
	$= \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}.$ Vậy với $x > 0, x \neq 1$ thì $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$	0,25
Câu 2.1 (0,5 điểm)	Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3x - 1$.	
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $2x^2 = 3x - 1$ Giải PT tìm được $x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{2}$	0,25
	Với $x_1 = 1; y_1 = 2$.	0,25

	Với $x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2}$. Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1; 2); (\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.	
Câu 2.2 (1 điểm)	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m+1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 = 4x_2$.	
	Vì phương trình có $a+b+c = 1 - 2m - 2 + 2m + 1 = 0$ $\Rightarrow$ PT luôn có hai nghiệm: $x = 1; x = 2m + 1$ +) PT (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2m+1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 0$	0,25
	Ta xét 2 trường hợp: <u>TH1</u>: $x_1 = 1; x_2 = 2m + 1$. Khi đó: $x_1^2 = 4x_2 \Leftrightarrow 1^2 = 4(2m+1) \Leftrightarrow 8m+4 = 1 \Leftrightarrow 8m = -3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{8}(tm)$	0,25
	<u>TH2</u>: $x_1 = 2m+1; x_2 = 1$ Khi đó: $x_1^2 = 4x_2 \Leftrightarrow (2m+1)^2 = 4.1 \Leftrightarrow 2m+1 = \pm 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2}(tm) \\ m = -\frac{3}{2}(tm) \end{cases}$	0,25
	Vậy $m \in \left\{-\frac{3}{8}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right\}$ là các giá trị cần tìm.	0,25
Câu 3 (1 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{2x-3} + \frac{3}{\sqrt{y+1}} = 4 \\ \frac{2}{2x-3} + \frac{1}{\sqrt{y+1}} = 3. \end{cases}$	
	Điều kiện $\begin{cases} x \neq \frac{3}{2} \\ y > -1. \end{cases}$ Đặt $a = \frac{1}{2x-3}$; $b = \frac{1}{\sqrt{y+1}}$ ($b > 0$)	0,25
	Hệ trở thành $\begin{cases} a+3b=4 \\ 2a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} (tm)$	0,25
	$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2x-3}=1 \\ \frac{1}{\sqrt{y+1}}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} (tm)$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(2; 0)$.	0,25
Câu 4.1 (1 điểm)	1) Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$. Vẽ cung tròn tâm C bán kính CA cắt BC tại D. Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên (<i>kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai</i>).	

		
	$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ$	0,25
	Diện tích tam giác ABC là: $S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 2\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25
	Diện tích hình quạt tròn CAD là: $S_2 = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 60}{360} = \frac{2}{3} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$.	0,25
	Diện tích phần được tô màu là: $S = S_1 - S_2 = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3} \pi \approx 1,37 \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25
Câu 4.2	Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$), các đường cao BE, CF. Gọi K là giao điểm của đường thẳng EF và BC. Đường thẳng AK cắt đường tròn (O) tại M (M khác A). a. Chứng minh $BFEC$ là tứ giác nội tiếp. b. Chứng minh $KB \cdot KC = KE \cdot KF$ và $\widehat{MAF} = \widehat{MEF}$. 	
Câu 4.2.a (1 điểm)	$BE \perp AC(gt) \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$; $CF \perp AB(gt) \Rightarrow \widehat{BFC} = 90^\circ$	0,5
	Xét tứ giác $BCEF$ có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ nên tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn đường kính BC.	0,5
Câu 4.2.b (1 điểm)	Vì tứ giác $BCEF$ nội tiếp suy ra $\widehat{AFE} = \widehat{ECK}$ (cùng bù với $\widehat{EFB}$) Mà $\widehat{AFE} = \widehat{KFB}$ (đối đỉnh) do đó $\widehat{KFB} = \widehat{ECK}$	0,25

	Xét hai tam giác ΔKBF và ΔKEC có $\widehat{KFB} = \widehat{ECK}$ (chứng minh trên); $\widehat{EKC}$ chung Suy ra ΔKBF đồng dạng với $\Delta KEC \Rightarrow \frac{KB}{KE} = \frac{KF}{KC} \Rightarrow KB.KC = KE.KF$ (1)	0,25
	Xét hai tam giác ΔKBM và ΔKAC có $\widehat{MBK} = \widehat{KAC}$ (cùng bù với $\widehat{MBC}$) và $\widehat{MKB} = \widehat{AKC}$ Suy ra ΔKBM đồng dạng với $\Delta KAC \Rightarrow \frac{KB}{KA} = \frac{KM}{KC} \Rightarrow KB.KC = KM.KA$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $KM.KA = KE.KF \Rightarrow \frac{KM}{KF} = \frac{KE}{KA}$ (3) Ta lại có $\widehat{MKE} = \widehat{AKF}$ (4) Từ (3) và (4) suy ra ΔKME đồng dạng ΔKFA. Suy ra $\widehat{MAF} = \widehat{MEF}$.	0,25
Câu 5.1 (0,5 điểm)	Giải phương trình $\sqrt{7x^2 + 25x + 19} = \sqrt{x^2 - 2x - 35} + 7\sqrt{x + 2}$.	
	Điều kiện $x \geq 7$. $\sqrt{7x^2 + 25x + 19} = \sqrt{x^2 - 2x - 35} + 7\sqrt{x + 2}$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 11x - 22 = 7\sqrt{(x+2)(x+5)(x-7)}$ $\Leftrightarrow 3(x^2 - 5x - 14) + 4(x+5) = 7\sqrt{(x+5)(x^2 - 5x - 14)}$	0,25
	Đặt $a = \sqrt{x^2 - 5x - 14}$; $b = \sqrt{x + 5}$ ($a \geq 0, b > 0$). Khi đó phương trình trở thành $3a^2 + 4b^2 = 7ab \Leftrightarrow a = b \vee 3a = 4b$ Với $a = b \Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{7}$ (thỏa mãn) và $x = 3 - 2\sqrt{7}$ (loại) Với $3a = 4b \Rightarrow x = \frac{61 + \sqrt{11137}}{18}$ (thỏa mãn) và $x = \frac{61 - \sqrt{11137}}{18}$ (loại)	0,25
Câu 5.2 (0,5 điểm)	Xét $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 3$. Chứng minh: $\frac{1}{x^2 + 2yz} + \frac{1}{y^2 + 2zx} + \frac{1}{z^2 + 2xy} \geq 1.$	
	Đặt $x^2 + 2yz = a; y^2 + 2zx = b; z^2 + 2xy = c \Rightarrow a + b + c = (x + y + z)^2 = 9$ và $a > 0; b > 0; c > 0$	0,25
	Xét $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 9 + \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{a}{c}} - \sqrt{\frac{c}{a}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{b}{c}} - \sqrt{\frac{c}{b}} \right)^2 \geq 9$ $\Rightarrow 9 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + 2yz} + \frac{1}{y^2 + 2zx} + \frac{1}{z^2 + 2xy} \geq 1$	0,25

-----Hết-----