

ĐỀ DỰ PHÒNG
(Lần 2 ngày 6/5/2023)

(Đề thi gồm 02 trang, học sinh làm bài vào tờ giấy thi)

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A = \left[\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{3} + \sqrt{12} \right] : 2 \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{5}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} \quad (\text{với } x \geq 0; x \neq 4)$$

a) Rút gọn biểu thức A và B.

b) Với giá trị nào của x thì giá trị của biểu thức B nhỏ hơn giá trị biểu thức A.

Bài 2. (1,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5(x+y) - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$$

2. Dịch vụ internet của 2 nhà mạng như sau:

Nhà mạng A: Lắp đặt các thiết bị ban đầu mất 500 000 đồng và giá cước internet hàng tháng là 150 000 đồng.

Nhà mạng B: Miễn phí các thiết bị ban đầu và giá cước internet hàng tháng là 200 000 đồng.

Gọi y (đồng) là số tiền khách hàng phải trả khi dùng internet trong x tháng.

a) Biểu diễn đại lượng y theo đại lượng x đối với nhà mạng A và nhà mạng B.

b) Nếu chỉ đăng ký gói cước sử dụng trong 6 tháng thì đăng ký nhà mạng nào có lợi hơn? Giải thích vì sao?

Bài 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - (m+5)x + m+4 = 0$. (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = -5$.

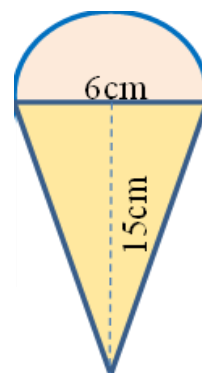
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + 3x_2 = 13$.

2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5m, phần đất còn lại trong vườn để trồng trọt là 4329 m². Tính kích thước của khu vườn?

Bài 4. (0,75 điểm)

Một cơ sở sản xuất kem chuẩn bị làm ra 1000 chiếc kem giống nhau theo đơn đặt hàng. Biết cốc đựng kem có dạng hình nón, có bề dày không đáng kể, chiều cao của cốc bằng 15cm, đường kính miệng cốc bằng 6cm. Kem được đổ đầy cốc và dư ra phía ngoài một lượng có dạng nửa hình cầu có bán kính bằng bán kính miệng cốc. Để hoàn thành đơn đặt hàng trên thì cơ sở sản xuất đó cần chuẩn bị một lượng kem bằng bao nhiêu? (lấy $\pi \approx 3,14$)

**Bài 5. (3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , hai đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H . Vẽ đường kính AD của đường tròn (O) . Gọi K là giao điểm của đường thẳng AH với đường tròn (O) (K khác A). Gọi L là giao điểm của BC và EF , P là giao điểm của AC và KD .

- Chứng minh tứ giác $EHKP$ nội tiếp.
- Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Chứng minh $AH = 2OM$.
- Gọi T là giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK (T khác K). Chứng minh rằng ba điểm L, K, T thẳng hàng.

Bài 6. (0,75 điểm)

Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{3y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{3z + xy}} \leq 1$$

----- Hết -----

Họ và tên học sinh: SBD: Phòng thi:

Cán bộ coi thi số 1: Cán bộ coi thi số 2:

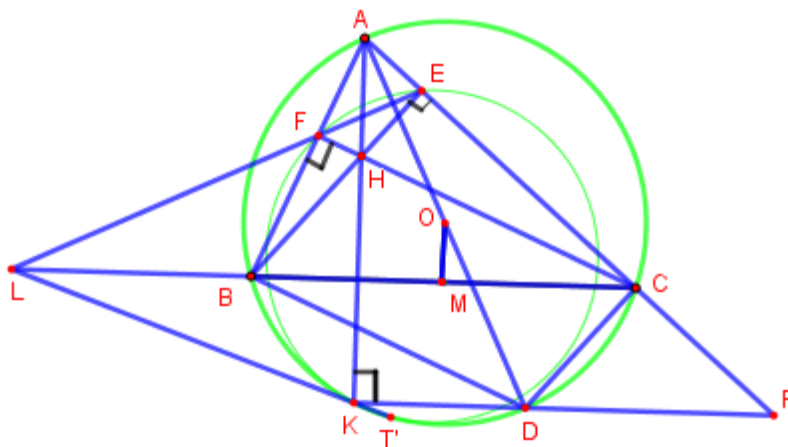
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm)	a) (1 điểm) $A = \left[\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{3} + \sqrt{12} \right] : 2 = (-\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}) : 2$	0,25
	$A = 2 : 2 = 1$	0,25
	với $x \geq 0; x \neq 4$ $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{5}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$	
	$B = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)-5-(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-4-5-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
	$B = \frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	Vậy $B = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)	
	b) (0,5 điểm)	
	với $x \geq 0; x \neq 4$ Để $B < A$ thì: $\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-4-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{-2}{\sqrt{x}-2} < 0$	
	$\Rightarrow \sqrt{x}-2 > 0$ (Vì $-2 < 0$) $\Leftrightarrow \sqrt{x} > 2 \Leftrightarrow x > 4$	0,25
	Kết hợp với điều kiện $x \geq 0; x \neq 4$ ta được $x > 4$	
	Vậy $x > 4$ thì $B < A$	0,25
Bài 2 (1,5 điểm)	1. (0,75 điểm)	
	$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5(x+y) - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$ Điều kiện: $x \geq -2$	0,25

Bài 3 (2,5 điểm)	$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5(x+y) - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+y) + 2\sqrt{x+2} = 14 \\ 5(x+y) - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+y) + 2\sqrt{x+2} = 14 \\ 9(x+y) = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+y) + 2\sqrt{x+2} = 14 \\ x+y = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 8 + 2\sqrt{x+2} = 14 \\ x+y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + \sqrt{x+2} = 7 \\ x+y = 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 + \sqrt{x+2} = 7 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = 3 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 9 \\ x+y = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x+y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7(t/m) \\ y = -5 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 7 \\ y = -5 \end{cases}$	0,25
	2. (0,75 điểm)	
	a) Số tiền khách hàng phải trả khi dùng internet của nhà mạng A trong x tháng là $y_A = 500\,000 + 150\,000.x$ Số tiền khách hàng phải trả khi dùng internet của nhà mạng A trong x tháng là $y_B = 200\,000.x$	0,25
	b) Thay $x = 6$ vào y_A, y_B ta được: $y_A = 500\,000 + 150\,000.6 = 1\,400\,000$ đồng $y_B = 200\,000 \cdot 6 = 1\,200\,000$ đồng Vậy nếu chỉ đăng kí gói 6 tháng thì dùng nhà mạng B sẽ có lợi hơn.	0,25
	1. (1,5 điểm)	
	a) (0,5 điểm)	
	Thay $m = -5$ vào phương trình (1) ta được: $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0$ $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy với $m = -5$ PT (1) có tập nghiệm $S = \{\pm 1\}$	0,5
	b) (1 điểm)	
	Xét PT: $x^2 - (m+5)x + m+4 = 0$. (1) Có: $a = 1 \neq 0; b = -(m+5); c = m+4$	
	$\Delta = [-(m+5)]^2 - 4.1.(m+4) = m^2 + 10m + 25 - 4m - 16 = m^2 + 6m + 9 = (m+3)^2$	
	Vì $(m+3)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow$ PT (1) luôn có 2 nghiệm $\forall m$	0,25
	Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+5 & (2) \\ x_1 x_2 = m+4 & (3) \end{cases}$	
	Theo bài ra ta có: $2x_1 + 3x_2 = 13$ (4)	

	Từ (2) và (3) ta có hệ pt: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3m + 2 \\ x_2 = 3 - 2m \end{cases}$	0,25
	Thay $x_1 = 3m + 2$; $x_2 = 3 - 2m$ vào (3) ta được: $(3m+2). (3-2m) = m + 4$ $\Leftrightarrow -6m^2 + 4m + 2 = 0$ (*)	0,25
	Có $a + b + c = -6 + 4 + 2 = 0$ $\Rightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1}{3} \end{cases} (t / m)$ Vậy $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1}{3} \end{cases}$ là giá trị cần tìm.	0,25
	2. (1 điểm)	
	Gọi chiều rộng của khu vườn là x (m; $x > 0$). Vì chiều dài gấp 3 lần chiều rộng nên chiều dài của khu vườn là $3x(m)$	0,25
	Do lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5 m nên: Chiều dài phần đất để trồng trọt là: $3x - 1,5.2 = 3x - 3$ (m) Chiều rộng phần đất để trồng trọt là: $x - 1,5.2 = x - 3$ (m) Vì diện tích vườn để trồng trọt là $4329m^2$ nên ta có phương trình: $(x - 3)(3x - 3) = 4329$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 1) = 1443 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 1443 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1440 = 0$ $\Rightarrow (x - 40)(x + 36) = 0$	0,25
Bài 4 (0,75 điểm)	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (tm)} \\ x = -36 \text{ (ktm)} \end{cases}$ Vậy chiều rộng của khu vườn là 40 mét và chiều dài của khu vườn là 120 mét.	0,25
	Lượng kem nằm phía trong cốc kem của một chiếc kem là: $V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 15 = 45\pi (cm^3)$	0,25
	Lượng kem đổ dư ra ngoài của một chiếc kem là: $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 18\pi (cm^3)$	0,25
	Lượng kem mà cơ sở sản xuất cần chuẩn bị để làm ra 1000 chiếc kem là: $V = (V_1 + V_2) \cdot 1000 = (45\pi + 18\pi) \cdot 1000 = 63000\pi \approx 197820 (cm^3)$	0,25

Bài 5
(3 điểm)



Vẽ hình đúng hết phần a) 0,25 điểm.

a) (0,75 điểm)

Ta có: BE là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow BE \perp AC$

hay $BEC = HEP = 90^\circ$

$AKD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác $EHKP$ có: $AKD + HEP = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
mà hai góc này đối diện nên $EHKP$ là tứ giác nội tiếp (đpcm)

b) (1,0 điểm)

Ta có: $ABD = ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \begin{cases} AB \perp BD \\ AC \perp CD \end{cases}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} AB \perp CF \text{ (gt)} \\ BE \perp AC \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CF \parallel BD \\ BE \parallel CD \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} BH \parallel CD \\ CH \parallel BD \end{cases}$$

$\Rightarrow BDCH$ là hình bình hành

$\Rightarrow BC$ cắt HD tại trung điểm mỗi đường, lại có M là trung điểm của BC (gt)

$\Rightarrow M$ cũng là trung điểm của HD .

Xét $\triangle AHD$ ta có:

O, M lần lượt là trung điểm của $AD, HD \Rightarrow OM$ là đường trung bình $\triangle AHD$

$$\Rightarrow \begin{cases} OM \parallel AH \\ OM = \frac{1}{2}AH \end{cases} \Rightarrow AH = 2OM \text{ (đpcm)}$$

c) (1,0 điểm)

Gọi T' là giao điểm của tia LK với đường tròn (O)

	Xét tứ giác $BFEC$ ta có: $BEC = BFC = 90^\circ$ mà đỉnh F, E là các đỉnh kề nhau Nên $BFEC$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow LFB = LCE$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)	0,25
	Xét $\triangle LFB$ và $\triangle LCE$ ta có: ELC chung; $LFB = LCE$ (cmt) $\Rightarrow \triangle LFB \sim \triangle LCE$ (g.g). $\Rightarrow \frac{LF}{LC} = \frac{LB}{LE} \Rightarrow LF \cdot LE = LB \cdot LC$ Ta có tứ giác $BCT'K$ nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow LKB = LCT'$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)	0,25
	Xét $\triangle LBK$ và $\triangle LCT'$ ta có: CLT' chung; $LKB = LCT'$ (cmt) $\Rightarrow \triangle LBK \sim \triangle LCT'$ (g.g) $\Rightarrow \frac{LB}{LT'} = \frac{LK}{LC} \Rightarrow LB \cdot LC = LK \cdot LT'$ $\Rightarrow LE \cdot LF = LK \cdot LT' (= LB \cdot LC) \Rightarrow \frac{LF}{LT'} = \frac{LK}{LE}$	0,25
	Xét $\triangle LFK$ và $\triangle LT'E$ ta có: ELT' chung $\frac{LF}{LT'} = \frac{LK}{LE}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle LFK \sim \triangle LT'E$ (c - g - c) $\Rightarrow LFK = LET'$ $\Rightarrow EFKT'$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện) $\Rightarrow T'$ thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK $\Rightarrow T \equiv T' \Rightarrow L, K, T$ thẳng hàng ($Dpcm$)	0,25
Bài 6 (0,75 điểm)	Ta có: $x^2 + yz \geq 2x\sqrt{yz} \Leftrightarrow x^2 - 2x\sqrt{yz} + yz \geq 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{yz})^2 \geq 0$ luôn đúng với mọi x, y, z và $yz > 0$ Dấu “=” xảy ra khi $x^2 = yz$	0,25

	Ta có: $3x + yz = (x + y + z)x + yz = x^2 + yz + x(y + z) \geq x(y + z) + 2x\sqrt{yz}$ Suy ra: $\sqrt{3x + yz} \geq \sqrt{x(y + z) + 2x\sqrt{yz}} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y + z + 2\sqrt{yz}} = \sqrt{x}(\sqrt{y} + \sqrt{z})$ $\Rightarrow x + \sqrt{3x + yz} \geq x + \sqrt{x}(\sqrt{y} + \sqrt{z})$	
	$x + \sqrt{3x + yz} \geq \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z})$ $\Rightarrow \frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} \leq \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} \quad (1)$ Tương tự: $\frac{y}{y + \sqrt{3y + xz}} \leq \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} \quad (2)$ $\frac{z}{z + \sqrt{3z + xy}} \leq \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} \quad (3)$	0,25
	Từ (1), (2), (3) ta có: $\frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{3y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{3z + xy}} \leq 1$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 1$	0,25

----- **Hết** ----- PS: Đào Văn Sỹ

Ghi chú:

- Trên đây chỉ là một cách làm bài, HS làm cách khác đúng thì cho điểm tối đa.
- HS làm đúng đến bước nào thì cho điểm đến đó theo thang điểm, HS làm bước trên sai nhưng bước dưới đúng thì chấm điểm đến chỗ sai;
- Bài hình nếu vẽ sai hình thì không chấm cả bài; HS không vẽ hình mà chứng minh đúng thì cho nửa số điểm các phần làm được; HS không chứng minh phần trên mà công nhận để chứng minh phần dưới thì vẫn chấm điểm phần đó theo biểu điểm.
- Điểm của bài thi là tổng điểm được tính một lần đối với các phần đã làm được (không được làm tròn).