

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm).

Câu 1: Đường thẳng $y = (a-1)x + 2a - 3$ đi qua điểm $A(1;2)$ thì hệ số góc của đường thẳng là:

- A. -2 B. 2 C. 1 D. 2

Câu 2: Cho $(O;4cm)$ và một dây $AB = 4\sqrt{3}cm$ của đường tròn. Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ $\widehat{AB}$ là:

- A. $\frac{4(\pi - \sqrt{3})}{3}$ B. $\frac{4(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$ C. $\frac{3(4\pi - 3\sqrt{3})}{4}$ D. $\frac{16(\pi - \sqrt{3})}{3}$

Câu 3: Một cột điện cao $5m$ có bóng trên mặt đất dài $4m$. Khi đó phương tia nắng tạo với mặt đất một góc nhọn xấp xỉ bằng (làm tròn đến phút)

- A. $38^{\circ}40'$. B. $53^{\circ}8'$. C. $36^{\circ}52'$. D. $51^{\circ}20'$.

Câu 4: Cho đường tròn $(O;R)$, M là một điểm nằm ngoài (O) , từ M kẻ tiếp tuyến MT (T là tiếp điểm) và cát tuyến MAB ($A;B$ thuộc (O)) đi qua tâm O . Biết $MT = 20cm; MA = 10cm$. Bán kính R của đường tròn dài là:

- A. $R = 20cm$ B. $R = 15cm$ C. $R = 10cm$ D. $R = 30cm$

Câu 5: Từ điểm M nằm ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) tại A, B . Biết $\widehat{AMB} = 60^{\circ}$ thì góc nội tiếp của (O) chắn cung nhỏ $\widehat{AB}$ bằng:

- A. 90° B. 60° C. 30° D. 120°

Câu 6: Nhân dịp cuối năm, ở các siêu thị đã đưa ra nhiều hình thức khuyến mãi. Ở siêu thị Big C giá áo sơ mi nữ nhãn hiệu Blue được giảm giá như sau: Mua áo thứ I giảm 15% so với giá niêm yết, mua áo thứ II được giảm tiếp 10% so với giá đã giảm của áo thứ I, mua áo thứ III sẽ được giảm thêm 12% so với giá đã giảm của áo thứ II nên áo thứ 3 chỉ còn 269280 đồng. Giá niêm yết của loại áo sơ mi trên trong siêu thị là:

- A. 400000 đồng B. 410000 đồng C. 420000 đồng D. 450000 đồng

Câu 7: Phương trình $x^2 - (3m+1)x + m - 5 = 0$ có nghiệm $x_1 = -1$, nghiệm còn lại trong trường hợp đó là:

- A. $x_2 = -\frac{17}{4}$. B. $x_2 = -\frac{3}{4}$. C. $x_2 = \frac{3}{4}$. D. $x_2 = \frac{17}{4}$.

Câu 8: Căn bậc hai số học của số a không âm là 4 khi đó số a^2 bằng

- A. 2. B. 16. C. 256 D. 4.

Câu 9: Với giá trị nào của a, b thì hệ phương trình $\begin{cases} 5x + ay = 2b + 3 \\ bx - y = 3a - 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (1; 4)$?

- A.** $a = 0; b = -1$. **B.** $a = 5; b = 2$. **C.** $a = 2; b = 5$. **D.** $a = -2; b = -3$.

Câu 10: Giá trị của m để hai đường thẳng $(d): y = mx + 6 - x$ và $(d'): y = -3x + 2 - m$ song song là

- A.** $m = -2$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -3; m \neq -4$. **D.** $m = -3$.

Câu 11: Cho $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$ khi đó giá trị của $x_0^2 + y_0^2$ bằng

- A.** 13. **B.** 5. **C.** 29. **D.** 21.

Câu 12: Giá trị của m để $y = (2m + 1)x + 2 - 2x$ là hàm số bậc nhất là

- A.** $m \neq -\frac{3}{2}$. **B.** $m \neq \frac{1}{2}$. **C.** $m \neq -\frac{1}{2}$. **D.** $m > -\frac{1}{2}$.

Câu 13: Điều kiện để $\sqrt{\frac{x^2}{x-3}}$ xác định là:

- A.** $x > 3$. **B.** $x \geq 3$. **C.** $x \neq 3$. **D.** $x > 3; x \neq 0$

Câu 14: Cho ΔABC vuông tại C , $CH \perp AB$ ($H \in AB$), $AH = 16\text{cm}$, $HB = 9\text{cm}$, diện tích ΔABC bằng

- A.** 120 cm^2 . **B.** 150 cm^2 . **C.** 72 cm^2 . **D.** 54 cm^2 .

Câu 15: Biểu thức $\frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}$ viết thành dạng $a + b\sqrt{c}$ khi đó giá trị biểu thức $a - 2b + c$ bằng:

- A.** -12 **B.** $-7 + 4\sqrt{3}$ **C.** $-3\sqrt{3}$ **D.** 2

Câu 16: Giá trị của m để phương trình $x^2 - (3m - 5)x + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là:

- A.** $m > \frac{3}{5}$ **B.** $m < \frac{3}{5}$ **C.** $m \leq \frac{1}{2}$ **D.** $m < \frac{1}{2}$

Câu 17: Đường thẳng nào là tiếp tuyến của Parabol (P): $y = 2x^2$?

- A.** $y = 1 - 4x$. **B.** $y = -4x + 2$. **C.** $y = 4x - 2$. **D.** $y = 4x + 2$.

Câu 18: Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(5a-1)^2} - \sqrt{-3a} \cdot \sqrt{-12a}$ với $a < 0$ được kết quả

- A.** $a + 1$. **B.** $1 - 11a$. **C.** $11a + 1$. **D.** $1 - a$.

Câu 19: Cho ΔABC vuông tại A , $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ thì bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng

- A.** 4cm . **B.** 3cm . **C.** 5cm . **D.** 2cm .

Câu 20: Phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm $x = -2$ thì $b - 2a$ có giá trị bằng:

- A.** -2 **B.** 4 **C.** -4 **D.** 2

B. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm).**Câu 21. (2,5 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)^2}$ (Với $x > 0, x \neq 1$)

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$

3. Cho hàm số $y = 2x - 4$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) .

Câu 22. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + (m^2 + 1)x + m - 2 = 0(1)$, m là tham số.

1. Giải phương trình khi $m = 1$.

2. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{2x_1 - 1}{x_2} + \frac{2x_2 - 1}{x_1} = x_1 x_2 + \frac{55}{x_1 x_2}.$$

Câu 23. (1,0 điểm)

Năm học 2022-2023, học kì I, trường THCS A có 500 học sinh đạt loại khá và giỏi. Học kì II, số học sinh khá tăng 2%, số học sinh giỏi tăng 4% nên tổng số học sinh khá và giỏi là 513 học sinh. Nhà trường phát thưởng cho học sinh đạt thành tích cho học kì II như sau: Mỗi học sinh giỏi là 15 quyển tập, mỗi học sinh khá là 10 quyển tập. Biết giá mỗi quyển tập bán trên thị trường là 9500 đồng/quyển. Do mua số lượng lớn công ty cung cấp có chính sách như sau: Nếu hóa đơn trên 40000000 đồng thì được giảm giá 5%; nếu hóa đơn trên 50000000 đồng thì được giảm giá 8%; nếu hóa đơn trên 60000000 đồng thì được giảm giá 10%. Hỏi nhà trường phải trả số tiền mua tập làm phần thưởng là bao nhiêu?

Câu 24. (2,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính BC . Trên tia đối của tia BC lấy điểm A sao cho $BO = 2BA$. Vẽ tiếp tuyến AD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm) và dây cung DE của đường tròn (O) vuông góc với BC .

1. Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

2. Vẽ đường kính DF của đường tròn (O) . Gọi P là giao điểm của EC và DF , G là giao điểm của hai đường thẳng BD và AE . Chứng minh $BC \parallel EF$ và $PO \cdot GE = PC \cdot GB$.

3. Vẽ cát tuyến AMN của đường tròn (O) (cát tuyến không đi qua O), các tiếp tuyến tại M và N của đường tròn (O) cắt nhau tại K . Chứng minh ba điểm K, D, E thẳng hàng.

Câu 25. (0,5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

Biết rằng x và y là các số thực thỏa mãn điều kiện: $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = x^2 + y^2$.

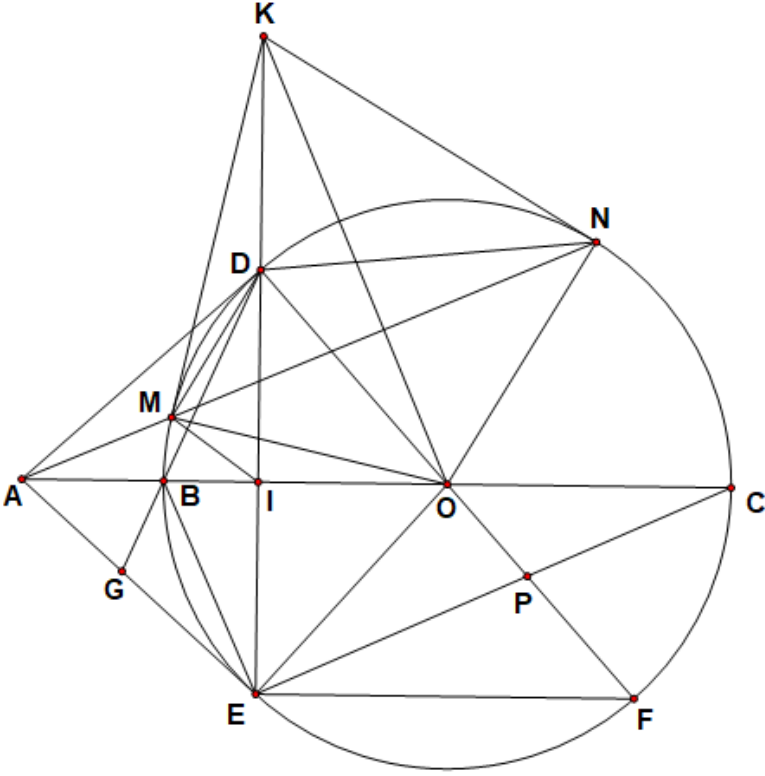
-----Hết-----

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3.0 điểm).

B. PHẦN TỰ LUẬN (7.0 điểm)

CÂU	HƯỚNG DẪN GIẢI	ĐIỂM
21		2.0
1	Với $x > 0, x \neq 1$, ta có: $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)^2}$	0.25
	$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)^2}$	0.25
	$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)^2}$	0.25
	$= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$	0.25
	Vậy $P = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$	0.25
2	Ta có $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0.25
	Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$	0.25
3	+ Gọi giao điểm của đường thẳng (d) với trục Oy và Ox lần lượt là $A; B$ + Tìm được giao điểm của đường thẳng (d) với trục tung Oy là $A(0; -4)$ suy ra $OA = -4 = 4$	0.25
	+ Tìm được giao điểm của đường thẳng (d) với trục hoành Ox là $B(2; 0)$ suy ra $OB = 2 = 2$ + Kẻ $OH \perp AB$ tại H suy ra OH là khoảng cách từ O đến (d)	0.25

	+ Áp dụng hệ thức liên hệ giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông ΔOAB có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{OA^2 \cdot OB^2}{OA^2 + OB^2} = \frac{4^2 \cdot 2^2}{4^2 + 2^2} = \frac{16}{5}$ $\Rightarrow OH = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ Vậy $OH = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ (đvdd)	
22		1.0
1	Thay $m=1$ vào phương trình (1) ta được phương trình: $x^2 + 2x - 1 = 0 \quad (2)$	0,25
	Giải phương trình (2) được nghiệm là $x_1 = -1 - \sqrt{2}; x_2 = -1 + \sqrt{2}$ Vậy $m=1$ thì phương trình có tập nghiệm là $S = \{-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2}\}$	0,25
2	Phương trình (1) có: $\Delta = m^4 + 2m^2 - 4m + 9 = m^4 + 2(m-1)^2 + 7 > 0, \forall m.$ Do đó, phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Theo hệ thức Viét, $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m^2 - 1 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$ Do đó $x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.	0,25
	$\frac{2x_1 - 1}{x_2} + \frac{2x_2 - 1}{x_1} = x_1 x_2 + \frac{55}{x_1 x_2} \Leftrightarrow 2(x_1^2 + x_2^2) - (x_1 + x_2) = (x_1 x_2)^2 + 55$ $\Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - (x_1 + x_2) - (x_1 x_2)^2 - 55 = 0$ $\Leftrightarrow 2(m^2 + 1)^2 - 4(m - 2) + (m^2 + 1) - (m - 2)^2 + 55 = 0$ $\Leftrightarrow m^4 + 2m^2 - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m^2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 2$ Từ ĐK suy ra $m = -2$.	0,25
23		1.0
	Gọi x, y lần lượt là số học sinh khá và giỏi của trường THCS A trong HKI ($x, y \in \mathbb{N}^*$). Tổng số học sinh khá và giỏi trong HKI là 500, nên ta có phương trình: $x + y = 500 \quad (1)$.	0.25
	Vì số học sinh của HKII tăng, nên ta có phương trình: $2\%x + 4\%y = 513 - 500 = 13 \quad (2)$.	0.25
	Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 500 \\ 2\%x + 4\%y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350(n) \\ y = 150(n) \end{cases}$.	0.25

	Vậy HKII trường THCS có số học sinh khá $350(1+2\%) = 357$ học sinh và số học sinh giỏi là 156 học sinh. Tổng số hóa đơn cần mua tập khi chưa áp dụng giảm giá: $10(357.15 + 156.10).9500 = 65692500$ đồng. Vậy với hóa đơn này, nhà trường sẽ được áp dụng chính sách giảm giá 10%. Số tiền nhà trường phải trả sau khi áp dụng giảm giá: $65692500(1-10\%) = 59123250$ đồng.	0.25
24		2.0
		
1	Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn (O).	1.0
	+ Gọi I là giao điểm của OB và DE. Tam giác ODE cân tại O có OI là đường cao nên cũng là phân giác.	0.25
	Xét hai tam giác AOD và AOE có: OD=OE, OA chung, $\widehat{AOD} = \widehat{AOE}$ Suy ra hai tam giác AOD và AOE bằng nhau.	0.5
	Mà $\widehat{OAD} = 90^\circ$ nên $\widehat{OEA} = 90^\circ$. Vậy AE là tiếp tuyến của đường tròn (O).	0.25
2	Vẽ đường kính DF của đường tròn (O). Gọi P là giao điểm của EC và DF, G là giao điểm của hai đường thẳng BD và AE. Chứng minh $BC \parallel EF$ và $PO.GE = PC.GB$.	0.5
	+ Lập luận BC và EF cùng vuông góc với DE nên song song với nhau. + Tứ giác BEFD nội tiếp nên $\widehat{GBE} = \widehat{EFD}$ Mà $\widehat{EFD} = \widehat{POC}$ (so le trong) nên $\widehat{GBE} = \widehat{POC}$.	0.25

	+ $\widehat{BEG} = \widehat{OCP}$ (chấn cung BE). $\Rightarrow$ Hai tam giác GBE và POC đồng dạng (g-g) $\Rightarrow \frac{GB}{PO} = \frac{GE}{PC} \Rightarrow PO \cdot GE = PC \cdot GB$	0.25
3	Vẽ cát tuyến AMN của đường tròn (O) (cát tuyến không đi qua O), các tiếp tuyến tại M và N của đường tròn (O) cắt nhau tại K. Chứng minh ba điểm K, D, E thẳng hàng.	0.5
	+ Chứng minh được hai tam giác AMD và ADN đồng dạng $\Rightarrow AM \cdot AN = AD^2$. Mà $AD^2 = AI \cdot AO$ nên $AM \cdot AN = AI \cdot AO \Rightarrow \frac{AM}{AO} = \frac{AI}{AN}$. Hơn nữa $\widehat{MAI} = \widehat{OAN}$, suy ra hai tam giác AMI và AON đồng dạng. $\Rightarrow \widehat{AIM} = \widehat{ANO}$. Suy ra tứ giác MION nội tiếp (*)	0.25
	+ Tứ giác KMON nội tiếp đường tròn đường kính KO (**) Từ (*) và (**) suy ra 5 điểm K, M, I, O, N cùng nằm trên một đường tròn đường kính KO nên KI vuông góc với IO. Mà DE vuông góc với IO nên ba điểm K, D, E thẳng hàng.	0.25
25		0.5
	Điều kiện : $0 \leq x; y \leq 1$ Ta có $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = x^2 + y^2$ $\Leftrightarrow x(x - \sqrt{1-y^2}) + y(y - \sqrt{1-x^2}) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x(x^2 + y^2 - 1)}{x + \sqrt{1-y^2}} + \frac{y(x^2 + y^2 - 1)}{y + \sqrt{1-x^2}} = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 1) \left(\frac{x}{x + \sqrt{1-y^2}} + \frac{y}{y + \sqrt{1-x^2}} \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x = y = 0 \end{cases}$	0.25
	+ Nếu $x = y = 0$ thì $A = 0$. Mà $0 \leq x; y \leq 1$ nên $A \geq 0$ nên $\text{Min}A = 0$. + Nếu $x^2 + y^2 = 1$ ta có $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \leq 2(x + y) \leq 2\sqrt{2(x^2 + y^2)} = 2\sqrt{2}$ $\Rightarrow A \leq \sqrt{2\sqrt{2}}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy $\text{Min}A = 0$ khi $x = y = 0$; $\text{Max}A = \sqrt{2\sqrt{2}}$ khi $x = y = \frac{1}{\sqrt{2}}$.	0.25
	Tổng điểm	7.0

