

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\sqrt{\frac{2022}{2023-x}}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- A. $x \geq 2023$. B. $x < 2023$. C. $x \neq 2023$. D. $x \leq 2023$.

Câu 2. Biểu thức $\sqrt{2023} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{2023})^3}$ có giá trị là

- A. $2\sqrt{2023} - 1$. B. -1 . C. 1 . D. $\sqrt{2023} - 1$.

Câu 3. Quang và Minh cùng làm một công việc trong 7 giờ 20 phút thì xong. Nếu Quang làm trong 5 giờ và Minh làm trong 6 giờ thì cả hai làm được $\frac{3}{4}$ khối lượng công việc. Thời gian Quang làm một mình xong công việc là

- A. $\frac{44}{3}$ giờ. B. $\frac{88}{3}$ giờ. C. $\frac{3}{44}$ giờ. D. $\frac{44}{69}$ giờ.

Câu 4. Tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$ (m là tham số) có nghiệm là

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m > \frac{1}{2}$. C. $m \geq \frac{1}{2}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 5. Giá trị của tham số m để hai đường thẳng $y = 3x + m - 3$ và $y = (m^2 - 1)x - 1$ trùng nhau là

- A. $m = 2$; $m = -2$. B. $m = -2$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m = 2$.

Câu 6. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ có $R = 7cm$; $R' = 2cm$; $OO' = 3cm$ khi đó vị trí tương đối của hai đường tròn đã cho là

- A. tiếp xúc trong. B. đựng nhau. C. cắt nhau. D. ở ngoài nhau.

Câu 7. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, $AB = 5cm$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có độ dài là

- A. $50\pi cm$. B. $5\pi cm$. C. $10\pi cm$. D. $\frac{20\sqrt{3}\pi}{3} cm$.

Câu 8. Một hình trụ có thể tích $V = 27\pi cm^3$ và có chiều cao là $3cm$ thì bán kính đáy của hình trụ là

- A. $3cm$. B. $3\pi cm$. C. $9\pi cm$. D. $9cm$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1 (1,5 điểm):

1) Chứng minh đẳng thức $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8 - 3\sqrt{7}} = 3$

2) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{3x - 3\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{6x}{x - 4} \right) : \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4\sqrt{x} + 4}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 4$

Bài 2 (1,5 điểm): Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m+1)x - m^2 - 4$ (m là tham số)

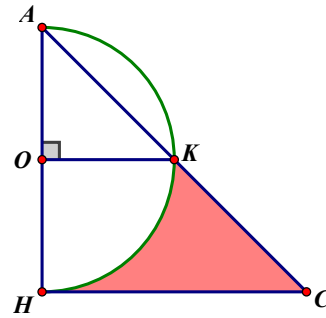
a) Tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi $m = 2$

b) Xác định tất cả các giá trị của m để đồ thị hai hàm số của (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn điều kiện $y_1 + y_2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16$

Bài 3 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x+3}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases}$$

Bài 4 (3,0 điểm):

1) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AH, đường thẳng vuông góc với AH tại O cắt nửa đường tròn (O) tại K, từ H kẻ đường thẳng song song với OK cắt AK tại C. Biết AH = 12cm (Hình 1). Tính diện tích phần hình nằm ngoài nửa hình tròn (O) (Phần tô đậm). (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Hình 1**

2) Cho nửa đường tròn tâm (O; R), đường kính AB; C là điểm nằm trên cung AB sao cho $OC \perp AB$. Điểm M thuộc cung AC sao cho M khác A và khác C. Kẻ tiếp tuyến d của đường tròn (O; R) tại tiếp điểm M. Gọi H là giao điểm của BM và OC. Từ H kẻ một đường thẳng song song với AB, đường thẳng đó cắt đường thẳng d tại E.

a) Chứng minh: Tứ giác OHME là tứ giác nội tiếp và $OE \parallel BH$.

b) Kẻ $MK \perp OC$ tại K ($K \in OC$), đường tròn ngoại tiếp $\triangle OBC$ cắt BM tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OMK$.

Bài 5 (1,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$

2) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \leq \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{x^2 + \frac{1}{y^2}} + \sqrt{y^2 + \frac{1}{z^2}} + \sqrt{z^2 + \frac{1}{x^2}}.$$

----- HẾT -----

I. Phần trắc nghiệm (2 điểm)

Mỗi câu lựa chọn đúng đáp án được 0,25 điểm

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Đáp án	B	C	A	D	D	B	C	A

II. Phần tự luận (8 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8-3\sqrt{7}} = 3$

2) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{3x-3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{6x}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{x-4\sqrt{x}+4}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

Bài 1 (1,5đ)	1) (0,5đ)	Ta có:	
		$VT = \sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{16 - 2.3\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} - \sqrt{7} + \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$	0,25
		$= \sqrt{7} + 3 - \sqrt{7} = \sqrt{7} + 3 - \sqrt{7} = 3 = VP$	
		Vậy $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{2}.\sqrt{8 - \sqrt{7}} = 3$	0,25
	2) (1,0đ)	Với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$ ta có:	
		$A = \left(\frac{3x - 3\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{6x}{x - 4} \right) : \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4\sqrt{x} + 4}$ $= \left(\frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{6x}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \right) : \frac{\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)^2}$	0,25
		$= \left(\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - \frac{6x}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$	0,25
$= \left(\frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{6x}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $= \left(\frac{3x - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{6x}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $= \frac{-3x - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $= \frac{-3\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $= \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} : \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$		0,25	

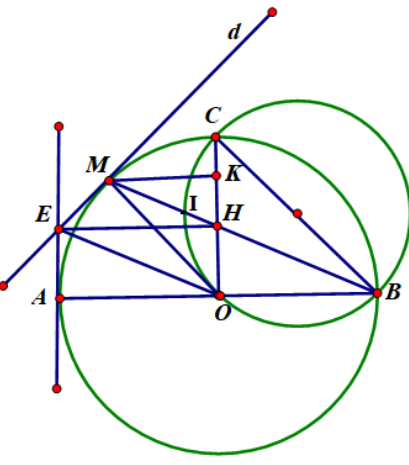
		$= \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{1}$ $= -3\sqrt{x}$ Vậy với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$ thì $A = -3\sqrt{x}$	0,25
--	--	--	------

Bài 2. (1,5 điểm) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m+1)x - m^2 - 4$ a) Tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi $m = 2$ b) Xác định tất cả các giá trị của m để đồ thị hai hàm số của (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn điều kiện $y_1 + y_2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16$			
Bài 2. (1,5đ)	a) (0,5đ)	Khi $m = 2$ ta có (d): $y = 6x - 8$ Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d): $y = 6x - 8$ và Parabol (P) : $y = x^2$ là nghiệm của phương trình $x^2 = 6x - 8$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$	0,25
		Ta có: $\Delta' = (-3)^2 - 1.8$ $= 9 - 8 = 1 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $x_1 = \frac{3+1}{1} = 4; x_2 = \frac{3-1}{1} = 2$ KL,...	0,25
	b) (1,0đ)	Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d): $y = 2(m+1)x - m^2 - 4$ và Parabol (P): $y = x^2$ là nghiệm của phương trình: $x^2 = 2(m+1)x - m^2 - 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0 \quad (1)$ Ta có $\Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2 + 4)$ $= m^2 + 2m + 1 - m^2 - 4$ $= 2m - 3$	0,25
		(P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > 1,5$ Khi đó theo định lý Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 & (2) \\ x_1x_2 = m^2 + 4 & (3) \end{cases}$	0,25
		Ta có $y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2$ Khi đó có: $y_1 + y_2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16$	0,25

		$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 3m^2 + x_1x_2 - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 3m^2 - 16 \leq 0$	
		Do đó có: $\Leftrightarrow (2m+2)^2 - (m^2+4) - 3m^2 - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - m^2 - 4 - 3m^2 - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow 8m - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow m \leq 2$ Kết hợp được $1,5 < m \leq 2$ KL,...	0,25

Bài 3 (1,0 đ)		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{x+3}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases}$ ĐKXD: $x \neq -1; y > 0$	
		Ta có $\begin{cases} \frac{x+3}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1+2}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 5 \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x+1} + \frac{6}{\sqrt{y}} = 10 \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{y}} = 14 \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4} \\ x = -3 \end{cases}$	0,25
		Thử ĐKXD và KL nghiệm của hệ phương trình (x; y) là $(-3; \frac{1}{4})$.	0,25

Bài 4 (3,0 đ)		1) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AH, đường thẳng vuông góc với AH tại O cắt nửa đường tròn (O) tại K, từ H kẻ đường thẳng song song với OK cắt AK tại C. Biết AH = 12cm (Hình 1). Tính diện tích phần nằm ngoài hình tròn (O) (Phần tô đậm). (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).	
	1 (1đ)	Tính được OH = OK = 6cm	
		Diện tích hình quạt tròn OHK là: $S_1 = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 90}{360} = 9\pi (cm^2)$	0,25
		Tính được HC = 12cm và khẳng định được tứ giác OKCH là hình thang vuông	0,25
		Diện tích hình thang OKCH là: $S_2 = \frac{1}{2}(OK + HC) \cdot OH = 54 (cm^2)$	0,25
		Diện tích phần tô đậm là: $S = S_2 - S_1 = 54 - 9\pi \approx 25,7 (cm^2)$	0,25
		2) Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R với đường kính AB. C là điểm	

2 (2đ)	nằm trên cung AB sao cho $OC \perp AB$. Điểm M thuộc cung AC sao cho M khác A và khác C. Kẻ tiếp tuyến (d) của đường tròn (O; R) tại tiếp điểm M. Gọi H là giao điểm của BM và OC. Từ H kẻ một đường thẳng song song với AB, đường thẳng đó cắt đường thẳng d tại E. a) Chứng minh: tứ giác OHME là tứ giác nội tiếp và $OE \parallel BH$. b) Kẻ $MK \perp OC$ tại K ($K \in OC$), đường tròn ngoại tiếp $\triangle OBC$ cắt BM tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OMK$. 	
	a) + Chứng minh được $\widehat{EMO} = 90^\circ$	0,5
	Chứng minh được $\widehat{EHO} = 90^\circ$	0,25
	$\widehat{EMO} = \widehat{EHO} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác OHME nội tiếp một đường tròn đường kính OE.	0,25
	+) Chứng minh góc $OBM = \text{góc } OMB = \text{góc } OEH = \text{góc } EOA$ từ đó suy ra $EO \parallel BH$	0,5
	b) Chứng minh được $\widehat{KMB} = \widehat{OMB} (= \widehat{OBM}) \Rightarrow MB$ là phân giác trong của $\triangle OMK$	0,25
	Chứng minh $\widehat{IOC} = \widehat{IBC}$ và $\widehat{MOC} = 2\widehat{IBC}$ từ đó suy ra $\widehat{MOI} = \widehat{IOC} \Rightarrow OI$ là phân giác trong của $\triangle OMK$ và kết luận	0,25

Bài 5 (1,0đ)	1) (0,5đ)	Giải phương trình: $\sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$ Điều kiện: $x \geq 6$ Bình phương hai vế được phương trình: $2x^2 - 9x + 9 - 5\sqrt{x(x^2 - 3x - 18)} = 0$ $\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x) + 3(x + 3) - 5\sqrt{(x^2 - 6x)(x + 3)} = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 - 6x}{x + 3}\right) - 5\sqrt{\left(\frac{x^2 - 6x}{x + 3}\right)} + 3 = 0$	0,25
		Đặt $t = \sqrt{\left(\frac{x^2 - 6x}{x + 3}\right)} \geq 0 \Rightarrow 2t^2 - 5t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}$	0,25

		Trường hợp 1: $t=1 \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{x^2-6x}{x+3}\right)}=1 \Leftrightarrow x^2-7x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7+\sqrt{61}}{2} \\ x=\frac{7-\sqrt{61}}{2} \end{cases}$ Suy ra $x=\frac{7+\sqrt{61}}{2}$ thỏa mãn điều kiện. Trường hợp 2: $t=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{x^2-6x}{x+3}\right)}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow 4x^2-33x-27=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=-\frac{3}{4} \Rightarrow x=9 \end{cases}$ Kết luận.....	
		Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z \leq \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\sqrt{x^2+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{y^2+\frac{1}{z^2}}+\sqrt{z^2+\frac{1}{x^2}}$	
	2) (0,5đ)	$P=\sqrt{x^2+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{y^2+\frac{1}{z^2}}+\sqrt{z^2+\frac{1}{x^2}}$ Áp dụng: $(1^2+16^2)(x^2+\frac{1}{y^2}) \geq (1.x+16.\frac{1}{y})^2 \Rightarrow \sqrt{x^2+\frac{1}{y^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(x+\frac{16}{y})$ Tương tự $\sqrt{y^2+\frac{1}{z^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(y+\frac{16}{z}); \sqrt{z^2+\frac{1}{x^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(z+\frac{16}{x})$	0,25
		Do đó: $P \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(x+y+z+\frac{16}{x}+\frac{16}{y}+\frac{16}{z}) \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(x+y+z+\frac{144}{x+y+z})$ $= \frac{1}{\sqrt{257}}\left[(x+y+z+\frac{9}{16(x+y+z)})+\frac{2295}{16(a+b+c)}\right]$ Ta có $x+y+z+\frac{9}{16(x+y+z)} \geq \frac{3}{2}; \frac{2295}{16(x+y+z)} \geq \frac{765}{4}$ $\Rightarrow P \geq \frac{3\sqrt{257}}{4}$ Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{4}$ Trả lời:.....	0,25