

Bài I (2,0 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{2x+3\sqrt{x}}{x\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x-\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$

- 1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$.
- 2) Đặt $P = A.B$, rút gọn biểu thức P và so sánh P với 1.
- 3) Tìm $x \in \mathbb{R}$ để P có giá trị là số nguyên.

Bài II (2,0 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người thợ làm chung một công việc với năng suất đã định và dự kiến sẽ xong trong 12 ngày. Họ làm chung với nhau được 8 ngày thì người thứ nhất được điều động đi làm công việc khác, người thứ hai tiếp tục làm đến khi hoàn thành công việc. Từ khi bắt đầu làm công việc một mình, do cải tiến kỹ thuật nên năng suất tăng gấp đôi vì vậy người thứ hai đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu ngày sẽ hoàn thành công việc với năng suất đã định ban đầu.

Bài III (2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+2} + |y-1| = 11 \\ \sqrt{x+2} + 2|y-1| = 10 \end{cases}$$

2) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 2$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B .

b) Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là hoành độ của điểm $A; B$. Tìm các giá trị của tham số m để $|x_2| = 4|x_1|$.

Bài IV (3,5 điểm): Cho điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC , điểm M thuộc dây cung BC , đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa A và M), điểm N là trung điểm của dây cung DE .

- 1) Chứng minh năm điểm A, B, C, O và N cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $\widehat{BOC} = 2\widehat{ANC}$ và $\triangle AMH$ đồng dạng với $\triangle AON$.
- 3) Chứng minh $AB^2 = AD.AE$ và tứ giác $DHOE$ là tứ giác nội tiếp.
- 4) Khi M di chuyển trên dây cung BC , xác định vị trí của điểm M để tổng $\frac{1}{\sqrt{AD}} + \frac{1}{\sqrt{AE}}$ lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm): Cho x, y là các số thực không âm thỏa mãn $x, y \leq 1$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{x+y}{2} \leq \frac{x}{\sqrt{y+3}} + \frac{y}{\sqrt{x+3}} \leq 1.$$

.....Hết.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.