

Bài 1 (2,0 điểm)

Cho 2 biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ ($x > 0; x \neq 1$)

1) Tìm x để $A = \frac{5}{3}$

2) Chứng tỏ $B = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$

3) Cho $M = A : B$. Tìm số nguyên x để M đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2 (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào 1 bể cạn thì sau 2 giờ đầy bể. Nếu mở vòi I trong 45 phút rồi khóa lại và mở vòi II trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{3}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng đầy bể trong bao lâu?

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-5} - \frac{2}{y+1} = 3 \\ 3\sqrt{x-5} + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}$$

Bài 3 (1,5 điểm): Cho đường thẳng (d): $y = (m+2)x - 2m + 1$ (m là tham số)

1) Vẽ đường thẳng (d) khi $m = -1$

2) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d) với hai trục tọa độ Ox, Oy. Tìm m để $OA = 3OB$?

Bài 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn (O), S là điểm nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC (B nằm giữa S và C) của đường tròn (O). Gọi I là trung điểm của BC.

1) Chứng minh bốn điểm S, A, O, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với SO tại H. Chứng minh $SA^2 = SH \cdot SO$

3) Đường thẳng AH cắt BC tại K, cắt (O) tại D, chứng minh SD là tiếp tuyến của (O).

4) Qua I kẻ đường kính PQ (A và P nằm cùng phía đối với đường thẳng SO). Gọi M là giao điểm của SP với đường tròn (O). Chứng minh $SA^2 = SK \cdot SI$ và ba điểm M, K, Q thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho x, y dương thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{y}{\sqrt{1-y}}$$

-----HẾT-----