

Câu 1: (4,5 điểm) Cho biểu thức: $A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x-1}{3-x}$ (với $x \neq 2$ và $x \neq 3$)

- Rút gọn biểu thức A ;
- Tính giá trị của biểu thức A khi $|2x-1|=3$;
- Tìm các giá trị nguyên của x để $P = \frac{x^2-x+1}{x-1} \cdot A$ nhận giá trị nguyên;
- Tìm các giá trị của x để $A = \frac{x}{x+2}$.

Câu 2: (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{x^2+5x+6} = \frac{-5}{4}$

b) $(x^2+x)^2 + (x^2+3)^2 = 2(x^2+3)(x^2+x)$

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Một người đi xe đạp từ A đến B đúng giờ dự định. Sau khi đi 10km đầu trong 12 phút, anh ta tính ra rằng nếu tiếp tục đi với vận tốc như vậy thì sẽ đến sớm hơn dự định là 24 phút. Còn nếu giảm vận tốc đi 5km/h thì anh ta vẫn đến B sớm hơn 10 phút so với giờ dự định. Hãy tính khoảng cách AB.

2. Cho phương trình $\frac{x+m}{x+3} + \frac{x-3}{x-m} = 2$ (1) (x là ẩn)

- Giải phương trình (1) với $m=4$
- Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất là số âm

Câu 4: (7,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a và điểm N trên cạnh AB. Cho biết tia CN cắt tia DA tại E, tia CX vuông góc với tia CE cắt tia AB tại F. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng EF.

- Chứng minh $CE = CF$;
- Chứng minh B, D, M thẳng hàng;
- Chứng minh $\triangle EAC$ đồng dạng với $\triangle MBC$;
- Xác định vị trí điểm N trên cạnh AB sao cho tứ giác ACFE có diện tích gấp 3 lần diện tích hình vuông ABCD.

Câu 5: (2,0 điểm)

a) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{y+z+1}{x} = \frac{z+x+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Tính giá trị biểu thức $A = 2022x + y^{2023} + z^{2023}$

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $3^x - y^3 = 1$