

Câu 1: (5,0 điểm).

Tìm tất cả các cặp số thực  $(x, y)$  thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} y^6 + y^3 + 2x^2 = \sqrt{xy - x^2y^2} \\ 4xy^3 + y^3 + \frac{1}{2} \geq 2x^2 + \sqrt{1 + (2x - y)^2} \end{cases}$$

Câu 2: (5,0 điểm).

Tìm tất cả các hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(xy) = f(x)f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$  và  $f(x^{2020} + yf(x)) = 2021xf(y) + f(f(x)), \forall x, y \in \mathbb{R}$ .

Câu 3: (5,0 điểm).

Trên hai cạnh  $AB$  và  $AC$  của  $\triangle ABC$  lần lượt lấy hai điểm  $D$  và  $E$ . Hai điểm  $M$  và  $N$  chia đoạn thẳng  $DE$  thành ba phần bằng nhau. Các đường thẳng  $AM$  và  $AN$  cắt cạnh  $BC$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Chứng minh rằng  $IK \leq \frac{1}{3}BC$ .

Câu 4: (5,0 điểm).

Cho tập hợp  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$  và  $M = \left\{ \frac{a_1}{9} + \frac{a_2}{9^2} + \frac{a_3}{9^3} + \frac{a_4}{9^4} \mid a_i \in A, i = \overline{1, 4} \right\}$ .

Sắp xếp các phần tử của tập hợp  $M$  thành một dãy số theo thứ tự giảm dần. Hãy tìm số đứng thứ 2020 của dãy số đó.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên..... Số báo danh:.....