

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm 02 trang)

Câu 1. (4 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = (1 - x^{2021} + x^{2022})^{2023}$, biết $x = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{12}}$

b) Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{x^2 + yz} + \frac{1}{y^2 + xz} + \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right)$$

Câu 2. (4,5 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{\frac{1-x}{x}} = \frac{2x+x^2}{1+x^2}$

b) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y)$

c) Cho $a \geq 2, b \geq 3, c \geq 4$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2+1}{a} + \frac{b^2+1}{b} + \frac{c^2+1}{c}$$

Câu 3. (3 điểm)

a) Biển Chết là hồ nước mặn nhất trên trái đất. Đây là nơi hoàn toàn bị bao bọc mà không có nước biển thoát ra ngoài. Điểm đặc biệt của biển Chết là sở hữu độ mặn cao gấp 9,6 lần so với nước biển thường. Đây là một trong những điểm du lịch độc đáo, du khách không bao giờ bị chìm và tận hưởng công dụng của muối biển đối với sức khỏe (biết rằng, nước biển thường có độ mặn là 3,5%). Thầy Phương lấy 500g nước biển Chết và 400g nước biển thường rồi đổ chung vào một cái thùng. Sau đó, thầy cho thêm vào thùng 10 lít nước ngọt nữa. Hỏi nước trong thùng có thể là nước lợ được không? Biết nước lợ có độ mặn dao động từ 0,5% đến $\frac{17}{30}\%$, xem lượng muối trong nước ngọt không đáng kể và 1 lít nước ngọt nặng 1kg.

b) Gen B có 3600 liên kết Hidro và số Nucleotit loại T lớn hơn số Nucleotit không bổ sung với nó là 300 Nucleotit. Tính số Nucleotit từng loại của gen B. Biết rằng, để tính số lượng Nucleotit (A, T, G, X) trong phân tử ADN, ta áp dụng nguyên tắc bổ sung: "A liên kết với T bằng 2 liên kết Hidro và G liên kết với X bằng 3 liên kết Hidro" và $\%A = \%T, \%G = \%X$. Tổng số Nucleotit trong gen B: $N = A + T + G + X = 2A + 2G = 2T + 2X$

Câu 4. (4,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi C là một điểm nằm trên nửa đường tròn (O) (C khác A, C khác B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB, D là điểm đối xứng với A qua C, I là trung điểm của CH, J là trung điểm của DH.

a) Chứng minh $\widehat{CIJ} = \widehat{CBH}$

b) Chứng minh $\triangle CJH$ đồng dạng với $\triangle HIB$

c) Gọi E là giao điểm của HD và BI. Chứng minh $HE \cdot HD = HC^2$

d) Xác định vị trí của điểm C trên nửa đường tròn (O) để $AH + CH$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5. (4 điểm)

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. N là điểm tùy ý thuộc cạnh AB. Gọi E là giao điểm của CN và DA. Vẽ tia Cx vuông góc với CE và cắt AB tại F. Lấy M là trung điểm của EF.

a) Chứng minh: CM vuông góc với EF.

b) Chứng minh: $NB \cdot DE = a^2$ và B, D, M thẳng hàng.

c) Tìm vị trí của N trên AB sao cho diện tích của tứ giác ACFE gấp 3 lần diện tích của hình vuông ABCD.

.....**Hết**.....