

Câu I (2,0 điểm)

- 1) Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P) . Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d_m): y = x + m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
- 2) Cho hàm số $y = (m-1)x^2 - 2mx + m + 2$ (m là tham số). Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu II (3,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+3) = 3(x^2+y^2)+2 \\ x^2y+x^2-2x-12=0 \end{cases}$$
- 2) Giải phương trình $(x-3)\sqrt{1+x} - x\sqrt{4-x} = 2x^2 - 6x - 3$.
- 3) Giải bất phương trình $x^3 + (3x^2 - 4x - 4)\sqrt{x+1} \leq 0$.

Câu III (3,0 điểm)

- 1) Cho tam giác ABC có trọng tâm G và điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} - 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Gọi P là giao điểm của AC và GN , tính tỉ số $\frac{PA}{PC}$.
- 2) Cho tam giác nhọn ABC , gọi H, E, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ các đỉnh A, B, C . Gọi diện tích các tam giác ABC và HEK lần lượt là $S_{\Delta ABC}$ và $S_{\Delta HEK}$. Biết rằng $S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta HEK}$, chứng minh $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = \frac{9}{4}$.
- 3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC cân tại A . Đường thẳng AB có phương trình $x + y - 3 = 0$, đường thẳng AC có phương trình $x - 7y + 5 = 0$. Biết điểm $M(1;10)$ thuộc cạnh BC , tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .

Câu IV (1,0 điểm)

Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm loại I và loại II từ 200kg nguyên liệu và một máy chuyên dụng. Để sản xuất được một kilôgam sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và máy làm việc trong 3 giờ. Để sản xuất được một kilôgam sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và máy làm việc trong 1,5 giờ. Biết một kilôgam sản phẩm loại I lãi 300000 đồng, một kilôgam sản phẩm loại II lãi 400000 đồng và máy chuyên dụng làm việc không quá 120 giờ. Hỏi xưởng cần sản xuất bao nhiêu kilôgam sản phẩm mỗi loại để tiền lãi lớn nhất?

Câu V (1,0 điểm) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + xz = 3$.

Chứng minh bất đẳng thức
$$\frac{x^2}{\sqrt{x^3+8}} + \frac{y^2}{\sqrt{y^3+8}} + \frac{z^2}{\sqrt{z^3+8}} \geq 1.$$

..... Hết

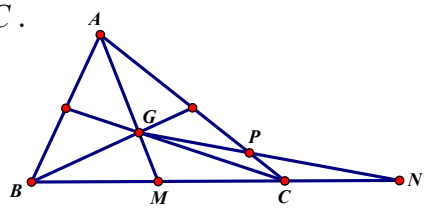
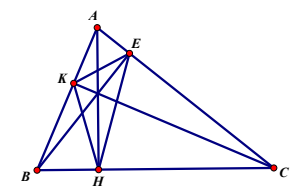
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
Giám thị coi thi số 1: Giám thị coi thi số 2:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG**

**HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 10
THPT – NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN: TOÁN
(Hướng dẫn chấm gồm 6 trang)**

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I.1 1,0đ	Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P) . Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d_m): y = x + m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.	
	Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 4x + 3 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 5x + 3 - m = 0$ (1)	0,25
	Đường thẳng (d_m) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 13 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{13}{4}$.	0,25
	Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 3 - m \end{cases}$	0,25
	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2x_1 x_2 \\ x_1 x_2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 2(3 - m) \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn)	0,25
Câu I.2 1,0 đ	Cho hàm số $y = (m - 1)x^2 - 2mx + m + 2$, (m là tham số). Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.	
	Với $m = 1 \Rightarrow y = -2x + 3$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $m = 1$ thỏa mãn.	0,25
	Với $m \neq 1$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 > 0 \\ \frac{m}{m - 1} \geq 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 < m \leq 2$.	0,25
	Vậy $1 \leq m \leq 2$	0,25
Câu II.1 1,0 đ	Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x - y)(x^2 + xy + y^2 + 3) = 3(x^2 + y^2) + 2 & (1) \\ x^2 y + x^2 - 2x - 12 = 0 & (2) \end{cases}$	
	$(x - y)(x^2 + xy + y^2 + 3) = 3(x^2 + y^2) + 2$ $\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x - y) = 3(x^2 + y^2) + 2$ $\Leftrightarrow x^3 - y^3 + 3(x - y) = 3x^2 + 3y^2 + 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = y^3 + 3y^2 + 3y + 1$ $\Leftrightarrow (x - 1)^3 = (y + 1)^3 \Leftrightarrow x - 1 = y + 1 \Leftrightarrow y = x - 2$	0,25
	Thế $y = x - 2$ vào phương trình (2) ta có $x^2(x - 2) + x^2 - 2x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x - 12 = 0$.	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 1$. Hệ có nghiệm $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25

Câu II.2 1,0 đ	Giải phương trình $(x-3)\sqrt{1+x} - x\sqrt{4-x} = 2x^2 - 6x - 3$ (1)	
	Điều kiện $-1 \leq x \leq 4$. Phương trình (1) $\Leftrightarrow (x-3)(\sqrt{1+x}-1) - x(\sqrt{4-x}-1) = 2x^2 - 6x$	0,25
	$(x-3)\frac{x}{\sqrt{1+x}+1} - x\frac{3-x}{\sqrt{4-x}+1} = 2x^2 - 6x$ $\Leftrightarrow x(x-3)\left(\frac{1}{\sqrt{1+x}+1} + \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} - 2\right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-3) = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} + \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} = 2 \end{cases} \quad (2)$	0,25
	$x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$ (Thỏa mãn điều kiện).	0,25
	Với điều kiện $-1 \leq x \leq 4$ ta có $\begin{cases} \sqrt{1+x}+1 \geq 1 \\ \sqrt{4-x}+1 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} \leq 1 \\ \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} + \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} \leq 2. \text{ Dấu "=" không xảy}$ ra nên phương trình (2) vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 0$ và $x = 3$.	0,25
Câu II.3 1,0 đ	Giải bất phương trình $x^3 + (3x^2 - 4x - 4)\sqrt{x+1} \leq 0$ (1)	
	Điều kiện $x \geq -1$. $x^3 + (3x^2 - 4x - 4)\sqrt{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2\sqrt{x+1} - 4(x+1)\sqrt{x+1} \leq 0$ $\Leftrightarrow x^3 + 3x^2\sqrt{x+1} - 4(\sqrt{x+1})^3 \leq 0 \quad (2)$	0,25
	Xét $x = -1$, thay vào (2) thỏa mãn. Xét $x > -1 \Rightarrow \sqrt{x+1} > 0$. Chia hai vế của (2) cho $(\sqrt{x+1})^3$ ta được bất phương trình $\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right)^3 + 3\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right)^2 - 4 \leq 0.$	0,25
	Đặt $t = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$, ta có bất phương trình $t^3 + 3t^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (t-1)(t+2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow t \leq 1$	0,25
	$t \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \geq x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x+1 \geq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ 0 \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow -1 < x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ Kết hợp $x = -1$ là nghiệm, ta có tập nghiệm của bất phương trình $\left[-1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$.	0,25

Câu III.1 1,0 đ	Cho tam giác ABC có trọng tâm G và điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} - 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Gọi P là giao điểm của AC và GN , tính tỉ số $\frac{PA}{PC}$.	
	Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Đặt $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AG} = k\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ $= \left(k - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$ 	0,25
	$\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$	0,25
	Ba điểm G, P, N thẳng hàng nên hai vector $\overrightarrow{GP}, \overrightarrow{GN}$ cùng phương. Do đó $\frac{k - \frac{1}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{6}} \Leftrightarrow \frac{k - \frac{1}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow k - \frac{1}{3} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow k = \frac{4}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$	0,25
	$\Rightarrow AP = \frac{4}{5}AC \Rightarrow \frac{PA}{PC} = 4.$	0,25
Câu III.2 1,0 đ	Cho tam giác nhọn ABC , gọi H, E, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ các đỉnh A, B, C . Gọi diện tích các tam giác ABC và HEK lần lượt là $S_{\Delta ABC}$ và $S_{\Delta HEK}$. Biết rằng $S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta HEK}$, chứng minh $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = \frac{9}{4}$.	
	Đặt $S = S_{\Delta ABC}$ thì từ giả thiết suy ra $S_{\Delta EAK} + S_{\Delta KBH} + S_{\Delta HCE} = \frac{3}{4}S$ $\Rightarrow \frac{S_{\Delta EAK}}{S} + \frac{S_{\Delta KBH}}{S} + \frac{S_{\Delta HCE}}{S} = \frac{3}{4}$ 	0,25
	$\frac{S_{\Delta EAK}}{S} = \frac{\frac{1}{2}AE \cdot AK \sin A}{\frac{1}{2}AB \cdot AC \sin A} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AK}{AC} = \cos A \cdot \cos A = \cos^2 A$ $\frac{S_{\Delta KBH}}{S} = \frac{\frac{1}{2}BK \cdot BH \sin B}{\frac{1}{2}AB \cdot BC \sin B} = \frac{BK}{BC} \cdot \frac{BH}{AB} = \cos B \cdot \cos B = \cos^2 B$ $\frac{S_{\Delta HCE}}{S} = \frac{\frac{1}{2}CH \cdot CE \sin C}{\frac{1}{2}AC \cdot BC \sin C} = \frac{CH}{AC} \cdot \frac{CE}{BC} = \cos C \cdot \cos C = \cos^2 C$	0,25
	$\frac{S_{\Delta EAK}}{S} + \frac{S_{\Delta KBH}}{S} + \frac{S_{\Delta HCE}}{S} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{3}{4}$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 - \sin^2 A + 1 - \sin^2 B + 1 - \sin^2 C = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = \frac{9}{4}.$	0,25

Câu III.3 1,0 đ	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ cân tại A . Đường thẳng AB có phương trình $x + y - 3 = 0$, đường thẳng AC có phương trình $x - 7y + 5 = 0$. Biết điểm $M(1;10)$ thuộc cạnh BC , tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .	
	Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - 7y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy $A(2;1)$.	0,25
	Phương trình các đường phân giác của góc A là $\frac{x + y - 3}{\sqrt{2}} = \pm \frac{x - 7y + 5}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x + 3y - 5 = 0 & (d_1) \\ 3x - y - 5 = 0 & (d_2) \end{cases}$	0,25
	Do tam giác ABC cân tại A nên đường phân giác trong kẻ từ A cũng là đường cao. Xét trường hợp d_1 là đường cao của tam giác ABC kẻ từ A . Phương trình đường thẳng BC là $3x - y + 7 = 0$. Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 3x - y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow B(-1;4)$. Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 7y + 5 = 0 \\ 3x - y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{11}{5}; \frac{2}{5}\right)$. $\overrightarrow{MB} = (-2; -6), \overrightarrow{MC} = \left(-\frac{16}{5}; -\frac{48}{5}\right) \Rightarrow \overrightarrow{MC} = \frac{8}{5}\overrightarrow{MB} \Rightarrow M$ nằm ngoài đoạn BC . Trường hợp này không thỏa mãn.	0,25
	Nếu d_2 là đường cao của tam giác ABC kẻ từ A Phương trình đường thẳng BC là $x + 3y - 31 = 0$. Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x + 3y - 31 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 14 \end{cases} \Rightarrow B(-11;14)$. Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 7y + 5 = 0 \\ x + 3y - 31 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{101}{5} \\ y = \frac{18}{5} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{101}{5}; \frac{18}{5}\right)$. $\overrightarrow{MB} = (-12; 4), \overrightarrow{MC} = \left(\frac{96}{5}; -\frac{32}{5}\right) \Rightarrow \overrightarrow{MC} = -\frac{8}{5}\overrightarrow{MB} \Rightarrow M$ thuộc đoạn BC . Vậy $A(2;1), B(-11;14), C\left(\frac{101}{5}; \frac{18}{5}\right)$.	0,25
Câu IV 1,0 đ	Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm loại I và loại II từ 200kg nguyên liệu và một máy chuyên dụng. Để sản xuất được một kilôgam sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và máy làm việc trong 3 giờ. Để sản xuất được một kilôgam sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và máy làm việc trong 1,5 giờ. Biết một kilôgam sản phẩm loại I lãi 300000 đồng, một kilôgam sản phẩm loại II lãi 400000 đồng và máy chuyên dụng làm việc không quá 120 giờ. Hỏi xưởng cần sản xuất bao nhiêu kilôgam sản phẩm mỗi loại để tiền lãi lớn nhất?	

	Giả sử sản xuất $x(kg)$ sản phẩm loại I và $y(kg)$ sản phẩm loại II. Điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$ và $2x + 4y \leq 200 \Leftrightarrow x + 2y \leq 100$ Tổng số giờ máy làm việc: $3x + 1,5y$ Ta có $3x + 1,5y \leq 120$ Số tiền lãi thu được là $T = 300000x + 400000y$ (đồng).	0,25
	Ta cần tìm x, y thỏa mãn: $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + 2y \leq 100 \\ 3x + 1,5y \leq 120 \end{cases} \quad (I)$ sao cho $T = 300000x + 400000y$ đạt giá trị lớn nhất.	0,25
	Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ các đường thẳng $d_1 : x + 2y = 100$; $d_2 : 3x + 1,5y = 120$ Đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm $A(100;0)$, cắt trục tung tại điểm $B(0;50)$. Đường thẳng d_2 cắt trục hoành tại điểm $C(40;0)$, cắt trục tung tại điểm $D(0;80)$. Đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $E(20;40)$. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền đa giác $OBEC$.	0,25
	$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow T = 0$; $\begin{cases} x = 0 \\ y = 50 \end{cases} \Rightarrow T = 20000000$; $\begin{cases} x = 20 \\ y = 40 \end{cases} \Rightarrow T = 22000000$; $\begin{cases} x = 40 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow T = 12000000$ Vậy để thu được tổng số tiền lãi nhiều nhất thì xưởng cần sản xuất $20kg$ sản phẩm loại I và $40kg$ sản phẩm loại II.	0,25
Câu V 1,0 đ	Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + xz = 3$. Chứng minh bất đẳng thức $\frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} + \frac{y^2}{\sqrt{y^3 + 8}} + \frac{z^2}{\sqrt{z^3 + 8}} \geq 1.$	
	Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: $\sqrt{x^3 + 8} = \sqrt{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} \leq \frac{(x+2) + (x^2 - 2x + 4)}{2} = \frac{x^2 - x + 6}{2}$ $\Rightarrow \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} \geq \frac{2x^2}{x^2 - x + 6}$	0,25

	Tương tự, ta cũng có $\frac{y^2}{\sqrt{y^3+8}} \geq \frac{2y^2}{y^2-y+6}$; $\frac{z^2}{\sqrt{z^3+8}} \geq \frac{2z^2}{z^2-z+6}$. Từ đó suy ra: $\frac{x^2}{\sqrt{x^3+8}} + \frac{y^2}{\sqrt{y^3+8}} + \frac{z^2}{\sqrt{z^3+8}} \geq \frac{2x^2}{x^2-x+6} + \frac{2y^2}{y^2-y+6} + \frac{2z^2}{z^2-z+6}. \quad (1)$	
	Chứng minh bổ đề: Cho $x, y > 0$ và $a, b \in \mathbb{R}$ ta có: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} \quad (*)$ Ta có $(*) \Leftrightarrow \frac{a^2 y + b^2 x}{xy} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} \Leftrightarrow (a^2 y + b^2 x)(x+y) \geq xy(a+b)^2 \Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$. Áp dụng bổ đề ta có $2 \left[\frac{x^2}{x^2-x+6} + \frac{y^2}{y^2-y+6} + \frac{z^2}{z^2-z+6} \right] \geq 2 \left[\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2-(x+y)+12} + \frac{z^2}{z^2-z+6} \right]$ $\geq \frac{2(x+y+z)^2}{x^2+y^2+z^2-(x+y+z)+18}.$	0,25
	Đến đây, ta chỉ cần chứng minh: $\frac{2(x+y+z)^2}{x^2+y^2+z^2-(x+y+z)+18} \geq 1 \quad (3)$ Do $x^2+y^2+z^2-(x+y+z)+18$ $= (x+y+z)^2 - (x+y+z) - 2(xy+yz+zx) + 18$ $= (x+y+z)^2 - (x+y+z) + 12 > 0$ Nên $(3) \Leftrightarrow 2(x+y+z)^2 \geq x^2+y^2+z^2-(x+y+z)+18$ $\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+x+y+z \geq 6 \quad (4)$	0,25
	Mặt khác, do x, y, z là các số dương nên ta có: $x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx = 3$ $x+y+z \geq \sqrt{3(xy+yz+zx)} = 3$ Nên bất đẳng thức (4) đúng. Từ (1), (2), (3) và (4), ta có điều phải chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = 1$.	0,25

Lưu ý: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.