

PHẦN TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm).

Câu 1: Tất cả các giá trị của x để $\sqrt{\frac{4-x}{x-3}}$ có nghĩa.

A. $3 \leq x \leq 4$.

B. $3 \leq x < 4$.

C. $3 < x \leq 4$.

D. $3 < x < 4$.

Câu 2: Khi $x < 2$ rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{6 - 3x}$ ta được kết quả là

A. $P = \frac{1}{3}$.

B. $P = 3$.

C. $P = 1$.

D. $P = -\frac{1}{3}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A và có đường trung tuyến AM , đường cao $AH = 8\text{cm}$ ($H, M \in BC$) và biết $CH - 4BH = 0$. Độ dài đường trung tuyến AM là

A. 5 cm.

B. 8 cm

C. 20 cm

D. 10 cm

Câu 4: Một cây cau có chiều cao 7m. Để hái một buồng cau xuống, phải đặt thang tre sao cho đầu thang tre đạt độ cao đó, khi đó góc của thang tre với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 8m (làm tròn đến phút).

A. 61°

B. $61^\circ 2'$

C. $61^\circ 3'$

D. 62°



Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}$ là

A. $M_{\min} = \frac{3}{2}$

B. $M_{\min} = 0$

C. $M_{\min} = 1$

D. $M_{\min} = 2$

Câu 6: Cho hai đường thẳng $(d_1): y = x + 2$ và $(d_2): y = (2m^2 - m)x + m^2 + m$. Giá trị của m để hai đường thẳng (d_1) và d_2 song song là

A. $m = 1; m = -\frac{1}{2}$

B. $m = 1$

C. $m = -\frac{1}{2}$

D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 2AC$, AH là đường cao. Tỷ số $HB:HC$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 9.

Câu 8: Số nghiệm của phương trình $(x^2 - 1)(x^4 - 4x^2 + 4)\sqrt{x^2 - 3} = 0$ là

A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Câu 9: Cho $x = \frac{\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}}$. Giá trị của biểu thức $(x^3 - 4x - 2022)^{2023}$ bằng:

- A.** 1. **B.** 2022^{2023} . **C.** -1 . **D.** -2022^{2023} .

Câu 10: Có bao nhiêu giá trị x nguyên để biểu thức $B = \frac{3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$) nhận giá trị nguyên?

- A. 2.** **B. 3.** **C. 4.** **D. 1.**

Câu 11: Biết điểm $M(1;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = ax + b$. Giá trị $a + b$ bằng:

- A.** -1 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** -2 .

Câu 12: Tam giác đều ABC có cạnh 10cm nội tiếp trong một đường tròn, bán kính của đường tròn đó bằng:

- A. $5\sqrt{3}$ cm. B. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm. C. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm. D. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm.

Câu 13: Biết $(\sqrt{3}-1)^3 = a\sqrt{3}-b$. Giá trị của a^2-ab bằng:

- A. 69.** **B. 96.** **C. -24.** **D. -96.**

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{-1}{2}x + 2$. Gọi A, B là thứ tự các giao điểm của đồ thị hàm số với các trục Ox, Oy . Diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ) là:

- A.** $2(\text{dvd})$. **B.** $8(\text{dvd})$. **C.** $4(\text{dvd})$. **D.** $\frac{3}{2}(\text{dvd})$.

Câu 15: Cho biết $\tan x + \cot x = 3$. Giá trị $\sin x \cdot \cos x$ bằng:

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 16: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8\text{ cm}$; $BC = 15\text{ cm}$. Bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình chữ nhật đó bằng:

- A.** 23cm. **B.** 11,5cm. **C.** 7cm. **D.** 8,5cm.

Câu 17. Cho hàm số bậc nhất $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2024) - f(2022) = 2022$. Giá trị $f(2023) - f(2022)$ bằng:

- A.** 1. **B.** 1011. **C.** 4044. **D.** 2022.

Câu 18: Cho $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{101}+\sqrt{100}} = a\sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số tự nhiên và b là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

- A.** 100. **B.** 101. **C.** 104. **D.** 103.

Câu 19. Cho đường tròn $(O;2)$, AB là một dây của đường tròn có độ dài là 2. Khoảng cách từ tâm O đến AB có giá trị là

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 20. Cho tam giác ABC vuông tại A . Kẻ $AH \perp BC$, $HD \perp AB$, $HE \perp AC$ ($H \in BC, D \in AB, E \in AC$). Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $AD.AB = AE.AC$.

B. $BD.BA = CE.CA$.

C. $AD.DB + AE.EC = 2AH^2$.

D. $BD.BA = AH^2$.

PHẦN TỰ LUẬN (14,0 điểm).

Câu 21. (5,0 điểm)

1) Cho biểu thức $A = \frac{x+9}{x-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x > 0; x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức B .

b) Đặt $P = A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

2) Giải phương trình: $x^2 - 3x - (x-1)\sqrt{2x-5} + 2 = 0$.

Câu 22. (4,0 điểm)

1) Tìm đa thức $f(x)$ biết: $f(x)$ chia cho $x-3$ dư 2, $f(x)$ chia cho $x+4$ dư 9 và $f(x)$ chia cho $x^2 + x - 12$ được thương là $x^2 + 3$ và còn dư.

2) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $(y+3)x^{2022} - y^2 - 6y - 8 = 0$.

Câu 23. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), kẻ đường cao AH của $\triangle ABC$.

Gọi D và E là hình chiếu của H trên AB và AC .

1) Cho $AB = 6cm$ và $HC = 6,4cm$. Tính BC và AC .

2) Chứng minh: $DE^3 = BC.BD.CE$.

3) Đường thẳng qua B vuông góc với BC cắt HD tại M ; Đường thẳng qua C vuông góc với BC cắt HE tại N . Chứng minh M, A, N thẳng hàng.

Câu 24. (1,0 điểm) Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 1; y \geq 4; z \geq 9$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{yz\sqrt{x-1} + zx\sqrt{y-4} + xy\sqrt{z-9}}{xyz}$

-----Hết-----
Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Giám thị 1:

Giám thị 2:

Bản hướng dẫn chấm có 04 trang

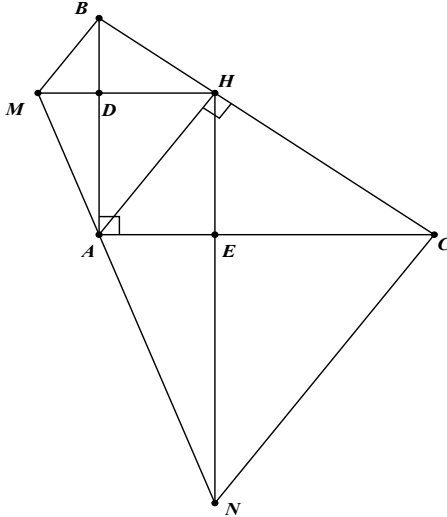
A- TRẮC NGHIỆM

CÂU	ĐÁP ÁN	CÂU	ĐÁP ÁN
1	C	11	D
2	A	12	C
3	D	13	B
4	C	14	C
5	D	15	A
6	C	16	D
7	B	17	B
8	A	18	B
9	D	19	C
10	A	20	A

B - TỰ LUẬN

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu I		5,0 đ
Phần 1.a (2,0 điểm)	Với $x > 0; x \neq 4$ ta có $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ $= \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,75
	$= \frac{x+4\sqrt{x}+4-x+4\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,5
	$= \frac{8\sqrt{x}-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{6\sqrt{x}}{x-4}$	0,5
	Vậy $B = \frac{6\sqrt{x}}{x-4}$ với $x > 0; x \neq 4$.	0,25
Phần 1.b (1,0 điểm)	Với $x > 0; x \neq 4$ ta có $P = A:B = \frac{x+9}{x-4} : \frac{6\sqrt{x}}{x-4} = \frac{x+9}{6\sqrt{x}}$	0.25
	Ta có $P = \frac{x+9}{6\sqrt{x}} = \frac{x}{6\sqrt{x}} + \frac{9}{6\sqrt{x}} = \frac{1}{6} \left(\sqrt{x} + \frac{9}{\sqrt{x}} \right) \geq \frac{1}{6} \cdot 2 \sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{9}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 = 1$ (Theo bất đẳng thức Cauchy). Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{9}{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^2 = 9 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (TM)}$	0.5
	Vậy $\max P = 1$ khi và chỉ khi $x = 9$.	0.25

Phần 2 (2,0 điểm)	Với điều kiện: $x \geq \frac{5}{2}$ ta có $x^2 - 3x - (x-1)\sqrt{2x-5} + 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 - (x-1)\sqrt{2x-5} = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) - (x-1)\sqrt{2x-5} = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x-2-\sqrt{2x-5}) = 0$	0,5
	+) $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ (không thỏa mãn)	0,25
Phần 1 2,0 điểm	+) $x-2-\sqrt{2x-5}=0 \Leftrightarrow x-2=\sqrt{2x-5}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 4x + 4 = 2x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn)	
	Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$.	0,25
Câu II		(4.0 đ)
Phần 1 2,0 điểm	Do $f(x)$ chia cho $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$ được thương là $x^2 + 3$ còn dư nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = (x+4)(x-3)(x^2+3) + a.x + b$	0,5
	Cho $x = -4 \Rightarrow f(x) = -4a + b = 9$ Cho $x = 3 \Rightarrow f(x) = 3a + b = 2$	0,5
	Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} -4a + b = 9 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases}$	0,5
	Giải hệ và kết luận $f(x) = (x+4)(x-3)(x^2+3) - x + 5 = x^4 + x^3 - 9x^2 + 2x - 31$	0,5
Phần 2 2,0 điểm	Ta có: $(y+3)x^{2022} - y^2 - 6y - 8 = 0$ (*) $\Leftrightarrow (y+3)x^{2022} = (y+3)^2 - 1$ + Nếu $y+3 = 0$ thì (*) $\Leftrightarrow 0.x^{2022} = -1$ (Vô lí). + Nếu $y+3 \neq 0$ thì (*) $\Leftrightarrow x^{2022} = (y+3) - \frac{1}{y+3}$ (**)	1.5
	Do $x, y \in Z$ nên $\begin{cases} x^{2022} \in Z \\ y+3 \in Z \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{y+3} \in Z$ $\Rightarrow \begin{cases} y+3=1 \\ y+3=-1 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} y=-2 \\ y=-4 \end{cases}$	
	Thay vào (**) ta được: +) $y = -2 \Rightarrow x^{2022} = 0 \Rightarrow x = 0$.	0,25

	+) $y = -4 \Rightarrow x^{2022} = 0 \Rightarrow x = 0$	
	Vậy $S = \{(0; -2), (0; -4)\}$.	0.25
Câu 3		(4.0đ)
		
Phân 1 1,5 điểm	Trong $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có: $AB^2 = BH.BC \Leftrightarrow AB^2 = (BC - HC).BC$ thay số ta được: $6^2 = (BC - 6,4).BC \Leftrightarrow BC^2 - 6,4BC - 36 = 0 \Leftrightarrow BC^2 - 10BC + 3,6BC - 36 = 0$ $\Leftrightarrow (BC - 10)(BC + 3,6) = 0 \Rightarrow BC = 10(cm)$ (vì $BC > 0$) Áp dụng định lý Pi-ta-go cho $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(cm)$.	0,25 0,25 0,5 0,25
	Vậy $BC = 10cm; AC = 8cm$.	0.25
	+ Trong $\triangle AHB$ vuông tại H có HD là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có: $BH^2 = AB.BD \Rightarrow BD = \frac{BH^2}{AB}$. + Trong $\triangle AHC$ vuông tại H có HE là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có: $CH^2 = AC.CE \Rightarrow CE = \frac{CH^2}{AC}$. + Trong $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có: $AH^2 = BH.CH; AB.AC = AH.BC$.	0.5
Phân 2 1,5 điểm	$\Rightarrow BC.BD.CE = BC \cdot \frac{BH^2}{AB} \cdot \frac{CH^2}{AC} = \frac{BC.AH^4}{BC.AH} = AH^3 \Rightarrow AH^3 = BC.BD.CE$.	0.5
	+ Tứ giác $ADHE$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ (GT) \Rightarrow$ tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật $\Rightarrow DE = AH$.	0.5

	Vậy $DE^3 = BC \cdot BD \cdot CE$.	
Phần 3 1,0 điểm	Ta có: $MB \parallel AH$ (cùng vuông góc với BC) $\Rightarrow \frac{MD}{DH} = \frac{BD}{DA}$ (hệ quả định lý Ta-let), mà $DH = AE; AD = HE \Rightarrow \frac{MD}{AE} = \frac{BD}{HE}$ (1); +) $DH \parallel AC$ (cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow \triangle BDH \sim \triangle HEC (g.g) \Rightarrow \frac{BD}{HE} = \frac{DH}{EC} \Leftrightarrow \frac{BD}{HE} = \frac{AE}{EC}$ (2); + Ta có: $CN \parallel AH$ (cùng vuông góc với BC) $\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{HE}{EN}$ (hệ quả định lý Ta-let), mà $DH = AE; AD = HE \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{EN}$ (3); Từ (1), (2) và (3) ta có $\frac{MD}{AE} = \frac{AD}{EN}$ hay $\frac{MD}{AD} = \frac{AE}{EN}$.	0,5
	Xét $\triangle MDA$ và $\triangle AEN$ có: $\widehat{MDA} = \widehat{AEN} (= 90^\circ); \frac{MD}{AD} = \frac{AE}{EN}$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \triangle MDA \sim \triangle AEN (c.g.c)$ $\Rightarrow \widehat{MAD} = \widehat{ENA} \Rightarrow \widehat{MAD} + \widehat{EAN} = \widehat{ENA} + \widehat{EAN} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{MAD} + \widehat{EAN} + \widehat{DAE} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow A, M, N$ thẳng hàng.	0,5
Câu 4		(1.0 đ)
1.0 điểm	Với $x \geq 1; y \geq 4; z \geq 9$, áp dụng bất đẳng thức AM – GM, ta có: +) $(x-1)+1 \geq 2\sqrt{x-1} \Leftrightarrow \frac{x}{2} \geq \sqrt{x-1} \Rightarrow yz\sqrt{x-1} \leq \frac{xyz}{2}$. +) $(y-4)+4 \geq 2\sqrt{4 \cdot (y-4)} \Leftrightarrow \frac{y}{4} \geq \sqrt{y-4} \Leftrightarrow xz\sqrt{y-4} \leq \frac{xyz}{4}$. +) $z-9+9 \geq 2\sqrt{9(z-9)} \Leftrightarrow \frac{z}{6} \geq \sqrt{z-9} \Leftrightarrow xy\sqrt{z-9} \leq \frac{xyz}{6}$. $\Rightarrow yz\sqrt{x-1} + xz\sqrt{y-4} + xy\sqrt{z-9} \leq \frac{xyz}{2} + \frac{xyz}{4} + \frac{xyz}{6} = \frac{11xyz}{12}$ $\Leftrightarrow \frac{yz\sqrt{x-1} + zx\sqrt{y-4} + xy\sqrt{z-9}}{xyz} \leq \frac{11}{12}$. Vậy $\text{Max } M = \frac{11}{12}$ khi $\begin{cases} x-1=1 \\ y-4=4 \\ z-9=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=8 \\ z=18 \end{cases}$.	0.5
Tổng	Điểm toàn bài	20 đ

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
 - Với bài 3, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm
-