

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 21/ 02/ 2017

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (4 điểm):

- a) Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^2 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$
- b) Chứng minh rằng : $\frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \dots + \frac{1}{7^{4n-2}} - \frac{1}{7^{4n}} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}} < \frac{1}{50}$
- c) Tính: $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 98^2$
- d) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3 chứng minh rằng: $p^2 - 1$ chia hết cho 24

Câu 2 (3 điểm): a) Tìm x biết $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

- b) Cho $C = \frac{m^3 + 3m^2 + 2m + 5}{m(m+1)(m+2)+6}$ với $m \in N$ Chứng minh C là số hữu tỉ
- c) Cho $M = (x - 1)(x + 2)(3 - x)$. Tìm x để $M < 0$

Câu 3 (4 điểm): a) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

- b) Tìm các giá trị nguyên của x và y biết: $x^2 - y^2 = 5$

Câu 4 (6 điểm):

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 75^\circ$, $\widehat{ABC} = 35^\circ$. Phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt cạnh BC tại D . Đường thẳng qua A và vuông góc với AD cắt tia BC tại E . Gọi M là trung điểm của DE . Chứng minh rằng:

- a) Tam giác ACM là tam giác cân.
- b) $AB < \frac{AD + AE}{2}$.
- c) Chu vi tam giác ABC bằng độ dài đoạn thẳng BE .

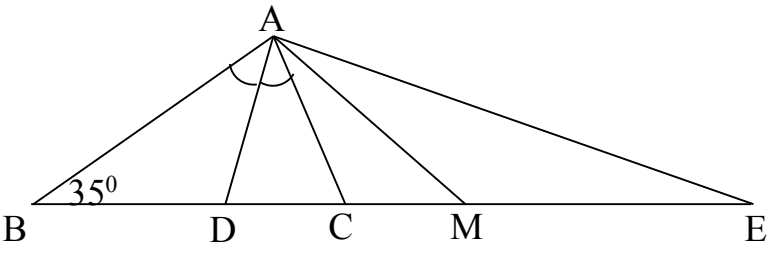
Câu 5 (2 điểm):

- a). Tìm một số có ba chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với ba số 1, 2 và 3.
- b). Cho $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ Tìm x để $f(x) = 0$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	ý	Tóm tắt lời giải	Điểm
Câu1 4đ	a. (2đ)	$A = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^2.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3} = \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6 + 2^{12}.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^4.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.2^3.7^3}$ $= \frac{2^{12}.3^4.(3-1)}{2^{12}.3^5.(3+1)} - \frac{5^4.7^3.(5^6-7)}{5^9.7^3.(1+2^3)} = \frac{2^{12}.3^4.2}{2^{12}.3^5.4} - \frac{5^4.7^3.(5^6-7)}{5^9.7^3.9} = \frac{1}{6} - \frac{5^6-7}{5^5.9}$ $= \frac{5^5.3 - 2(5^6-7)}{2.5^5.9} = -\frac{2429}{6250}$	0.5 0.5
	b. (2đ)	Đặt $A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \dots + \frac{1}{7^{4n-2}} - \frac{1}{7^{4n}} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$ Ta có: $49A = 1 - \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{7^{4n-4}} - \frac{1}{7^{4n-2}} + \dots + \frac{1}{7^{96}} - \frac{1}{7^{98}}$ $\Rightarrow 50A = 1 - \frac{1}{7^{100}} < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{50}$ (đpcm)	0.5 0.5
	C	: $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 98^2 = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99) - (1+2+3+4+\dots+97+98) = 318549$	1,0
	d	$P^2 - 1 = (p-1)(p+1)$ Vì $p > 3$ nên p lẻ $\Rightarrow (p-1)(p+1)$ là tích hai số chẵn nên chia hết cho 8^*. Ta có $(p-1)p(p+1)$ là tích 3 số nguyên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 3 mà p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p không chia hết cho 3 vậy trong hai số $(p-1); (p+1)$ phải có 1 số chia hết cho 3 (**) Vì $(8;3) = 1 \Rightarrow P^2 - 1$ chia hết cho 24	1,0
Câu2 4đ	a. (1đ)	$\left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5} \right \Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right $ $\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ $\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$	0.5 0.5 1.0
	b) c	Sử dụng PP chứng minh P/S tối giản cả tử và mẫu có ƯCLN bằng Có 2 T/H xảy ra	1,0
	a) 1.5đ	Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$ khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b} = \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$	1.0

	b)	Tách : $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = 5$ tìm giá trị nguyên	1
Câu4 6đ	a) 2.0đ	 Ta có: $\widehat{BAD} = \widehat{CAD} = \frac{75^\circ}{2} = 37^\circ 30' \Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{ABD} + \widehat{BAD} = 72^\circ 30'$ (Góc ngoài của tam giác ABD); Tam giác DAE vuông có AM là trung tuyến nên ΔMAD cân tại M, do đó $\widehat{AMD} = 180^\circ - 2.\widehat{ADM} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$ (1) Trong tam giác ABC ta lại có: $\widehat{BAC} = 75^\circ, \widehat{ABC} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 70^\circ$ $\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{ACB} - \widehat{AMC} = 35^\circ$ (2) Từ (1) và (2) suy ra tam giác ACM cân	0.5 0.5 0.5 0.5
	b) 2.0đ	Theo ý a, ta có: $\widehat{ABM} = \widehat{AMB} = 35^\circ \Rightarrow AB = AM$ (3) Mặt khác: $AM = \frac{1}{2}DE$ (Trung tuyến thuộc cạnh huyền của tam giác vuông) mà $DE < AD + AE \Rightarrow AM < \frac{AD + AE}{2}$ (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow AB < \frac{AD + AE}{2}$ (đpcm)	0.5 0.5 0.5 0.5
	c) 2.0 đ	Ta có: $AC = CM$ (ΔACM cân), $MA = ME$ (ΔAME cân) $AM = AB$ (ΔABM cân). Do đó: $BE = BC + CA + AB$	1.0 0.5 0.5
Câu5 2đ		Gọi ba chữ số phải tìm là a, b, c; số đó chia hết cho 18 nên chia hết cho 9 $\Rightarrow a + b + c : 9$. Lại có: $1 \leq a + b + c \leq 27$ Suy ra: $a + b + c$ nhận một trong ba giá trị 9, 18, 27 (3) Theo bài ra, ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6}$ mà $a \in N$ nên $\frac{a+b+c}{6} \in N$ (4). Từ (3) và (4) $\Rightarrow a + b + c = 18$ Vậy $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = 3$. Từ đó ta có $a = 3, b = 6, c = 9$. Do số cần tìm chia hết cho 18 nên chữ số hàng đơn vị phải là số chẵn. Vậy số cần tìm là: 396 hoặc 936	0.5 0.5 0.5 0.5