

Họ và tên thí sinh SBD Lớp

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm).

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi α là góc giữa hai đường trung tuyến BD và CK . Tìm giá trị nhỏ nhất của $\cos \alpha$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 2. Cho tam giác ABC thỏa mãn $AB.AC = 24$ và $\frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} = \sin A$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm diện tích tam giác MBG .

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 1.

Câu 3. Số nghiệm thực của phương trình $(x-3)\sqrt{1+x} - x\sqrt{4-x} = 2x^2 - 6x - 3$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2), B(0;3), C(4;0)$. Tính chiều cao của tam giác ABC ứng với cạnh BC .

- A. $\frac{1}{25}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. 3. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$. Khi hệ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_0^2 + 2y_0 + 5$.

- A. 6. B. 5. C. 1. D. 2.

Câu 6. Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c}.$$

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 7. Cho phương trình $x^4 - 2(m+2)x^2 + 2m + 3 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 52$.

- A. $m = -1$. B. $m = 4$. C. $m = 1$. D. $m = -4$.

Câu 8. Tác dụng lên một chất điểm bởi hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ hợp với nhau một góc bằng 60° và có cường độ đều bằng $60N$. Cường độ của hợp lực tác dụng lên chất điểm đó bằng

- A. $60(N)$. B. $30\sqrt{3}(N)$. C. $30(N)$. D. $60\sqrt{3}(N)$.

Câu 9. Cho phương trình $(9m^2 - 4)x + (n^2 - 9)y = (n - 3)(3m + 2)$ với m, n là tham số thực. Với giá trị nào của m và n thì phương trình đã cho là phương trình đường thẳng song song với trục Ox ?

A. $m = \pm \frac{3}{4}; n \neq \pm 2$. B. $m = \pm \frac{2}{3}; n = \pm 3$. C. $m \neq \pm \frac{2}{3}; n = \pm 3$. D. $m = \frac{2}{3}; n \neq \pm 3$.

Câu 10. Cho tam giác ABC , biết $AB = 3, BC = 4, CA = 5$. Điểm M thay đổi trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MB^2 + MC^2 - MA^2$ là

A. $\frac{25 - 5\sqrt{97}}{2}$. B. $\frac{25 - 3\sqrt{97}}{4}$. C. 0. D. $\frac{25 - \sqrt{97}}{3}$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 1 + |x - 2| \leq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. 2. B. 4. C. 3. D. Vô số.

Câu 12. Tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $(m - 3)x^2 - 2(m - 3)x + 2m - 6 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. 7. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD . Biết diện tích hình thang bằng 14, đỉnh $A(1;1)$ và trung điểm cạnh BC là $H\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. Đỉnh $D(a;b)$ có hoành độ dương và D nằm trên đường thẳng $d: 5x - y + 1 = 0$. Tính $a + 2b$.

A. $a + 2b = 35$. B. $a + 2b = 24$. C. $a + 2b = 13$. D. $a + 2b = 2$.

Câu 14. Cho bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 2} \geq 2m + 1 - 2x^2 + 4x$, m là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của $m \in [-5; 50]$ để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi x thuộc tập xác định của nó.

A. -10. B. 6. C. 10. D. -15.

Câu 15. Cho hàm số $y = (m - 1)x^2 - 2mx + m + 2$ (m là tham số). Gọi S là tập các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. Số phần tử của S là

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 16. Một cửa hàng bán đồ nam ở TT Bích Động gồm áo sơ mi, quần âu và áo phông. Ngày thứ nhất bán được 22 áo sơ mi, 12 quần âu và 18 áo phông, doanh thu là 12580000 đồng. Ngày thứ hai bán được 16 áo sơ mi, 10 quần âu và 20 áo phông, doanh thu là 10800000 đồng. Ngày thứ ba bán được 24 áo sơ mi, 15 quần âu và 12 áo phông, doanh thu là 12960000 đồng. Hỏi giá bán mỗi áo sơ mi, mỗi quần âu và mỗi áo phông là bao nhiêu? Biết giá từng loại trong ba ngày không thay đổi.

A. 250000 đồng/áo sơ mi, 320000 đồng/quần âu, 180000 đồng/áo phông.
B. 260000 đồng/áo sơ mi, 300000 đồng/quần âu, 190000 đồng/áo phông.
C. 250000 đồng/áo sơ mi, 330000 đồng/quần âu, 170000 đồng/áo phông.
D. 200000 đồng/áo sơ mi, 300000 đồng/quần âu, 190000 đồng/áo phông.

Câu 17. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và $a > 0$. Xét hai hàm số $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ và $g(x) = x^2 + ax + b$. Tính $S = a + b$, biết giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ nhỏ hơn giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là 8 đơn vị và đồ thị của hai hàm số trên có đúng một điểm chung.

A. $S = 2$. B. $S = -1$. C. $S = 1$. D. $S = -2$.

Câu 18. Quảng cáo sản phẩm trên truyền hình là một hoạt động quan trọng trong kinh doanh của các doanh nghiệp. Theo Thông báo số 10/2019, giá quảng cáo trên VTV1 là 30 triệu đồng cho 15 giây/lần quảng cáo vào khoảng 20h30; là 6 triệu đồng cho 15 giây/lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 - 17h00. Một công ty dự định chi không quá 900 triệu đồng để quảng cáo trên VTV1 với yêu cầu quảng cáo về số lần phát như sau: ít nhất 10 lần quảng cáo vào khoảng 20h30 và không quá 50 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 - 17h00. Tổng số lần xuất hiện quảng cáo của công ty trên VTV1 nhiều nhất là bao nhiêu?

A. 30. B. 70. C. 60. D. 80.

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. -23 .

B. 8 .

C. $\frac{23}{3}$.

D. $\frac{41}{3}$.

Câu 20. Tích các nghiệm của phương trình $|x^2 - 2x - 3| = 2x + 2$ bằng

A. 5 .

B. 0 .

C. -5 .

D. 1 .

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x - 2m + 1} + \frac{x - 1}{\sqrt{3 - m - x}}$ xác định trên khoảng $(-1; 2)$.

A. $m \geq 0$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \leq 0$.

D. $m > 1$.

Câu 22. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq |x| \leq 2\}; B = (-\infty; m - 2] \cup [m; +\infty)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $A \subset B$.

A. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -2 \\ m = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq -2 \\ m = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq -2 \end{cases}$

D. $-2 < m < 4$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = x^2 + mx + 3m - 2$, đường thẳng $d: x - y + m = 0$ (m là tham số thực) và hai điểm $A(-1; -1), B(2; 2)$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho A, B, M, N là bốn đỉnh của một hình bình hành.

A. 1 .

B. 4 .

C. 3 .

D. 2 .

Câu 24. Cho tam giác ABC có $AB = 2\sqrt{3}, AC = 4, \widehat{BAC} = 150^\circ$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $\widehat{BAM} = 120^\circ$. Tính độ dài đoạn BM .

A. $\frac{7\sqrt{13}}{5}$.

B. $\frac{4\sqrt{13}}{5}$.

C. $\frac{6\sqrt{13}}{5}$.

D. $\frac{3\sqrt{13}}{5}$.

Câu 25. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là $a = \sqrt{6}, b = 2, c = 1 + \sqrt{3}$. Tính số đo của góc nhỏ nhất trong ba góc của tam giác ABC .

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 75° .

Câu 26. Một lớp học có 25 học sinh giỏi môn Toán, 23 học sinh giỏi môn Lý, 14 học sinh giỏi cả môn Toán và Lý và có 6 học sinh không giỏi môn nào cả. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

A. 42 .

B. 54 .

C. 40 .

D. 36 .

Câu 27. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ là

A. Đường tròn đường kính BC .

B. Đường trung trực của cạnh AB .

C. Đường trung trực của cạnh AD .

D. Đường tròn đường kính AB .

Câu 28. Bất phương trình $\sqrt{2x - 1} \leq 2x - 3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0; 7)$?

A. 2 .

B. 6 .

C. 4 .

D. 5 .

Câu 29. Cho tam giác ABC có trọng tâm G , gọi I là trung điểm AG , P là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BC} + 6\overrightarrow{PC} = \vec{0}$. Gọi K là giao điểm của IP và AB . Tính tỉ số $\frac{AK}{AB}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4x^2 + 3}{x}; \forall x \neq 0$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 4$. B. $f(2) = \frac{10}{3}$. C. $f(2) = 3$. D. $f(2) = \frac{11}{3}$.

Câu 31. Phương trình $\sqrt{x-512} + \sqrt{1024-x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 8. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 32. Tổng các nghiệm của phương trình $3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$ bằng

- A. 5. B. 0. C. 1. D. -5.

Câu 33. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a > 0$ có đồ thị (P) . Biết đỉnh của (P) là tâm của một hình vuông $ABCD$, trong đó các điểm C, D nằm trên trục hoành và các điểm A, B có tung độ dương nằm trên (P) . Tính giá trị của biểu thức $T = (4ac - b^2)(a^2 + 505) - 4a^2 + 1$.

- A. $T = 2021$. B. $T = 2020$. C. $T = 2022$. D. $T = 2023$.

Câu 34. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $y = \frac{\sqrt{2022-x} - \sqrt{2022+x}}{|x+2021| + |x-2021|}$.

- A. Hàm số đã cho vừa là hàm số chẵn, vừa là hàm số lẻ.
B. Hàm số đã cho không là hàm số chẵn, không là hàm số lẻ.
C. Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
D. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 35. Cho góc $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ thỏa mãn $\cot \alpha = 4$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = 2\cos^2 \alpha + 5\sin \alpha \cos \alpha + 1.$$

- A. $\frac{16}{17}$. B. $\frac{70}{17}$. C. $\frac{69}{17}$. D. $\frac{71}{16}$.

Câu 36. Cho phương trình $\sqrt{4-x} + \sqrt{x} = \sqrt{3m+4x-x^2}$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 37. Cho hàm số $y = \begin{cases} -x+1+\sqrt{3-x} & \text{khi } x \leq 3 \\ x^2-6x+12 & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm trên đồ thị

(C) có tung độ bằng 4?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 38. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (-3; 4)$ và $\vec{b} = (4; 3)$. Mệnh đề nào sau đây SAI?

- A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. B. $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 39. Tìm m để phương trình $\frac{mx-m-3}{x+1} = 1$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -\frac{3}{2} \end{cases}$. B. $m \neq 1$. C. $m \neq -\frac{3}{2}$. D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 40. Cho tam giác ABC là tam giác đều có độ dài cạnh bằng 1. Trên các cạnh BC , CA , AB lần lượt lấy các điểm N , M , P sao cho $BN = \frac{1}{3}$, $CM = \frac{2}{3}$, $AP = x$ với $0 < x < 1$. Biết rằng có hai giá trị của x để đường thẳng AN tạo với đường thẳng PM một góc 60° , tính tổng của hai giá trị đó.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{13}{18}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{11}{18}$.

B. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm).

Bài 1 (3 điểm).

a) Giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x = (x-1)\sqrt{7x^2 - 14x - 12}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3xy + 3x + 2y + 1 = 0 & (1) \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x - y} + \sqrt{x - 4y} & (2) \end{cases}$.

Bài 2 (1 điểm). Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a , M là trung điểm của BC , N nằm trên cạnh CD sao cho $NC = 2ND$, K là trung điểm của AB . Hai điểm I , J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác AMN , BCN . Hãy biểu thị $\overrightarrow{IJ}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ và chứng minh rằng IJ vuông góc với DK .

Bài 3 (2 điểm). Cho các số thực dương x , y , z thỏa mãn $xy + yz + xz = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} + \frac{y^2}{\sqrt{y^3 + 8}} + \frac{z^2}{\sqrt{z^3 + 8}} \geq 1.$$

-----Hết-----