

ĐỀ CHÍNH THỨC**Câu 1 (2,0 điểm).**

1) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^5 + x^3 + x$.

2) Cho đa thức $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 + ax + b$ và $Q(x) = x^2 + x - 2$. Tìm a và b để đa thức P(x) chia hết cho đa thức Q(x).

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Cho biểu thức: $B = \frac{1}{x+1} - \frac{x^3 - x}{x^2 + 1} \cdot \left(\frac{1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{x^2 - 1} \right)$. Tìm x để biểu thức

B xác định rồi rút gọn biểu thức.

2) Chứng tỏ rằng với mọi số nguyên a, b thì $M = a^3b - ab^3$ chia hết cho 6

Câu 3 (2,0 điểm). Giải các phương trình sau:

1) $|2x - 3| + x = 1$

2) $(x^2 - 3x + 3)(x^2 - 2x + 3) = 2x^2$

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn, 3 đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H

1) Chứng minh: Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC

2) Gọi K là giao điểm của AD và EF. Chứng minh: H là giao điểm 3 đường phân giác trong tam giác DEF và HK.AD = AK. DH

3) Giả sử $S_{AEF} = S_{BFD} = S_{CDE}$. Chứng minh tam giác ABC đều.

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Chứng minh $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ với x, y là các số dương

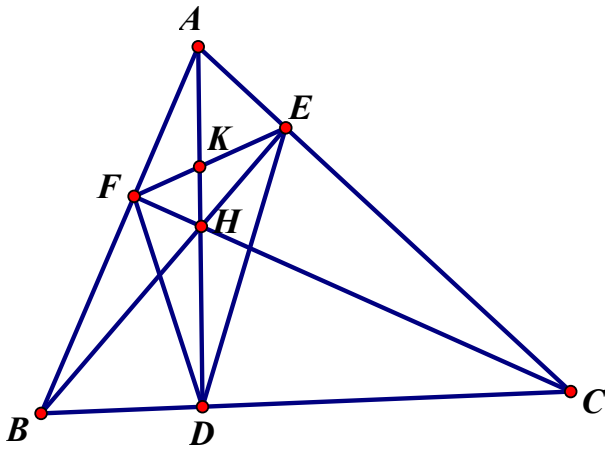
b) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của 1 tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

..... **Hết**.....

Họ và tên thí sinh:.....; **Số báo danh**.....

Câu 1	Hướng dẫn giải	Điểm
1 (1 điểm)	$x^5 + x^3 + x = x(x^4 + x^2 + 1)$	0,5
	$= x(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$	0,5
2 (1 điểm)	$Q(x) = (x-1)(x+2) \Rightarrow p(x) : Q(x) \Leftrightarrow \begin{cases} P(1) = 0 \\ P(-2) = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b = -1 \\ -2a+b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$	0,5
Câu 2 1(1 điểm)	Ta có $B = \frac{1}{x+1} - \frac{x^3 - x}{x^2 + 1} \cdot \left(\frac{1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{x^2 - 1} \right)$.	0,25
	ĐK: $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$	
	Khi đó:	0,25
	$B = \frac{1}{x+1} - \frac{x^3 - x}{x^2 + 1} \cdot \left(\frac{1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{x^2 - 1} \right)$	
	$= \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{(x^2 + 1)(x+1)}$	
2(1 điểm)	$= \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x^2 + 1)}$	0,25
	$= \frac{x+1}{x^2 + 1}$	0,25
	$M = a^3b - ab^3 = b(a^3 - a) - a(b^3 - b)$	0,25
	$M = b.a.(a+1)(a-1) - a.b(b-1)(b+1)$	0,25
	Vì $a(a+1)(a-1)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên $a(a+1)(a-1)$ chia hết cho 6 (a, b là các số nguyên) Tương tự $b(b+1)(b-1)$ chia hết cho 6	0,25
Bài 3 1 (1đ)	$M = b.a.(a+1)(a-1) - a.b(b-1)(b+1)$ chia hết cho 6. Từ đó suy ra $M = a^3b - ab^3$ chia hết cho 6	0,25
	1) $ 2x - 3 + x = 1$ (*) Điều kiện: $1 - x \geq 0$ $\Leftrightarrow x \leq 1$	0,25

	Khi đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 1 - x \\ 2x - 3 = x - 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25
	Vậy phương trình đã cho vô nghiệm	0,25
3.2 (1 điểm)	$(x^2 - 3x + 3)(x^2 - 2x + 3) = 2x^2$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2,5x + 3 - 0,5x)(x^2 - 2,5x + 3 + 0,5x) = 2x^2$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2,5x + 3)^2 - (0,5x)^2 = 2x^2$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2,5x + 3)^2 - (1,5x)^2 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 3)(x^2 - x + 3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ (1)} \\ x^2 - x + 3 = 0 \text{ (2)} \end{cases}$	0.25
	Giải (1) ta được $x = 1; x = 3$	0.25
	Giải (2) vô nghiệm Kết luận.....	0.25
Câu 4 1		
	$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$	0.5
	Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC (c.g.c)	0.5
2	EH là tia phân giác góc KED	0.25
	Xét tam giác KED có EH là tia phân giác góc KED $\Rightarrow \frac{HK}{HD} = \frac{EK}{ED} \text{ (1)}$	0.25
	Xét tam giác KED có EH là tia phân giác góc KED mà EA vuông góc với EH $\Rightarrow$ EA là tia phân giác góc ngoài tại đỉnh E	0.25

	$\Rightarrow \frac{AK}{AD} = \frac{EK}{ED} \quad (2)$	
	Từ (1) và (2), ta có: $\frac{HK}{HD} = \frac{AK}{AD} \Rightarrow HK \cdot AD = AK \cdot HD$	0.25
3	Vì tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC $\Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AE}{AB} \right)^2 \quad (3)$ Vì tam giác BDF đồng dạng với tam giác BAC $\Rightarrow \frac{S_{DBF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DB}{AB} \right)^2 \quad (4)$	0.25
	Từ (3) và (4) ta có AE = BD	0.25
	Tam giác AEB = tam giác BDA (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow$ Góc BAC = góc ABC	0.25
	Tương tự ta có góc BAC = góc ACB Do đó ABC là tam giác đều.	0.25
Câu 5 Ý a	Giả sử $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \quad (x, y > 0)$ $\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2}{xy(x+y)} \geq 0$ Dấu “=” xảy ra khi x = y.	0.25
	Theo câu a, ta có: $\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} \geq \frac{4}{2b} = \frac{2}{b} \quad (1)$ $\frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \geq \frac{4}{2c} = \frac{2}{c} \quad (2)$ $\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{c+a-b} \geq \frac{4}{2a} = \frac{2}{a} \quad (3)$	0.25
	Từ (1); (2) và (3), ta có: $2 \left(\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \right) \geq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$	0.25
	$\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ Dấu “=” xảy ra khi a = b = c hay tam giác đã cho là tam giác đều.	0.25

Chú ý

* Khi chấm giám khảo có thể chia nhỏ biểu biểu .

* Học sinh làm bằng cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.