

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN HOÀI NHƠN**

Đề chính thức

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN

Môn: Toán 8

Thời gian làm bài: 150 phút

Đề gồm 01 trang

Khóa thi: Ngày 23/04/2016

Bài 1 (4.0 điểm):

- a) Chứng minh rằng: Chữ số tận cùng của hai số tự nhiên n và n^5 là như nhau.
b) Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn: $x^2 + x - p = 0$; với p là số nguyên tố.

Bài 2 (3.0 điểm):

- a) Cho ba số a, b, c khác 0 và thỏa mãn: $a + b + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2}$$

- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

$$A = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2015; \quad B = \frac{x^2 - 2x + 2016}{x^2}$$

Bài 3 (3.0 điểm):

Cho biểu thức: $P = \frac{1}{x^2 - x} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \frac{1}{x^2 - 9x + 20}$

- a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có giá trị.
b) Rút gọn biểu thức P .
c) Tính giá trị của P khi x thỏa mãn: $x^3 - x^2 + 2 = 0$

Bài 4 (4.0 điểm):

- a) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

- b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn:

$$10x^2 + 50y^2 + 42xy + 14x - 6y + 57 < 0$$

Bài 5 (4.0 điểm):

Cho M là một điểm bất kỳ nằm trong hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1.

- a) Chứng minh rằng: $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 \geq 2$.

b) Xét điểm M nằm trên đường chéo AC , kẻ $MN \perp AB$ tại N , gọi O là trung điểm của AM . Chứng minh rằng: $CN^2 = 2.OB^2$.

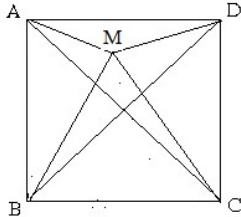
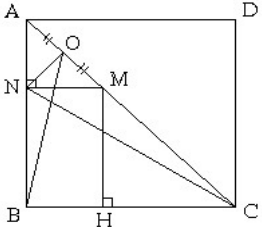
Bài 6 (2.0 điểm):

Cho tam giác ABC có $\hat{A} > \hat{B}$. Trên cạnh BC lấy điểm H sao cho $\hat{HAC} = \hat{ABC}$. Đường phân giác của góc $\hat{BAH}$ cắt BH ở E . Từ trung điểm M của AB kẻ ME cắt đường thẳng AH tại F . Chứng minh rằng: $CF \parallel AE$.

Họ tên thí sinh:.....**SBD:**.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 8
KỶ THI HSG CẤP HUYỆN. NĂM HỌC 2015 - 2016

Bài		Nội dung	Điểm
1 (4đ)	a (2đ)	+) Với $n = 0$; $n = 1$, rõ ràng n và n^5 có chữ số tận cùng giống nhau.	0,25đ
		+) Với $n \geq 2$. Ta xét hiệu: $P = n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n-1)(n+1)(n^2 + 1)$ $= n(n-1)(n+1)(n^2 - 4 + 5) = 5n(n-1)(n+1) + (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$	0,75đ
		Ta có: Trong k số tự nhiên liên tiếp bao giờ cũng tồn tại số chia hết cho k Do đó: $(n-1)n(n+1):2 \Rightarrow 5n(n-1)(n+1):5.2 = 10$ $(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2):2.5 = 10$	0,5đ
		Suy ra: $P = n^5 - n : 10 \Rightarrow n^5 - n$ có chữ số tận cùng là 0 $\Rightarrow$ Chữ số tận cùng của hai số n và n^5 là như nhau (đpcm)	0,5đ
	b (2đ)	Ta có: $x^2 + x - p = 0 \Leftrightarrow p = x^2 + x \Leftrightarrow p = x(x+1)$	0,5đ
		Với $x \in \mathbb{Z}$, ta có x và $(x+1)$ là hai số nguyên liên tiếp $\Rightarrow p = x(x+1) : 2$	0,5đ
		Mặt khác p là số nguyên tố $\Rightarrow p = 2$	0,5đ
		$\Rightarrow x(x+1) = 2 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$, hoặc $x = -2$	0,5đ
2 (3đ)	a (1đ)	Từ $a+b+c=0 \Rightarrow a+b=-c \Rightarrow (a+b)^2 = (-c)^2 \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = -2ab$ Tương tự: $b^2 + c^2 - a^2 = -2bc$; $c^2 + a^2 - b^2 = -2ca$	0,5đ
		Do đó: $P = \frac{1}{-2ab} + \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ca} = -\frac{c+a+b}{2abc} = 0$	0,5đ
	b (2đ)	+) Ta có: $A = x^4 + 2x^2 - 2x^3 - 4x + x^2 + 2 + 2013$ $= x^2(x^2 + 2) - 2x(x^2 + 2) + (x^2 + 2) + 2013$ $= (x^2 + 2)(x^2 - 2x + 1) + 2013 = (x^2 + 2)(x-1)^2 + 2013$	0,5đ
		Với mọi x , ta có: $(x^2 + 2)(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow A = (x^2 + 2)(x-1)^2 + 2013 \geq 2013$ Đẳng thức $A = 2013$ xảy ra khi và chỉ khi: $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0,25đ
		Vậy giá trị nhỏ nhất của A là: $\min A = 2013 \Leftrightarrow x = 1$	0,25đ
		+) Ta có: $B = \frac{2016x^2 - 2x \cdot 2016 + 2016^2}{2016x^2}$ $= \frac{(x-2016)^2 + 2015x^2}{2016x^2} = \frac{(x-2016)^2}{2016x^2} + \frac{2015}{2016}$	0,5đ
		Với mọi $x \neq 0$, ta có: $\frac{(x-2016)^2}{2016x^2} \geq 0 \Rightarrow B = \frac{(x-2016)^2}{2016x^2} + \frac{2015}{2016} \geq \frac{2015}{2016}$ Đẳng thức $B = \frac{2015}{2016}$ xảy ra khi và chỉ khi: $x - 2016 = 0 \Leftrightarrow x = 2016$	0,25đ
		Vậy giá trị nhỏ nhất của B là: $\min B = \frac{2015}{2016} \Leftrightarrow x = 2016$	0,25đ
3 (3đ)	a (0,5đ)	a) Tìm điều kiện đúng: $x \neq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 2$; $x \neq 3$; $x \neq 4$; $x \neq 5$	0,5đ
	b (1,5đ)	b) Rút gọn đúng: $P = \frac{1}{x(x-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} + \frac{1}{(x-4)(x-5)}$	0,5đ

		$= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) + \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) + \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-4} \right)$	0,5đ
		$= \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x} = \frac{5}{x(x-5)}$	0,5đ
	c (1,0đ)	c) Lập luận được: $x^3 - x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 2x + 2) = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)[(x-1)^2 + 1] = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (thỏa ĐK)	0,5đ
		Tính đúng giá trị: $P = \frac{5}{-1(-1-5)} = \frac{5}{6}$	0,5đ
4 (4đ)	a (2,0đ)	Ta có: $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ Tương tự: $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $c^2 + a^2 \geq 2ca$	0,5đ
		Do đó, suy ra: $2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ (1)	0,5đ
		Vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên ta có: $0 < a < b + c \Rightarrow a^2 < ab + ca$; $0 < b < c + a \Rightarrow b^2 < bc + ab$ $0 < c < a + b \Rightarrow c^2 < ca + bc$	0,5đ
		Do đó, suy ra: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$	0,5đ
	b (2,0đ)	Ta có: $10x^2 + 50y^2 + 42xy + 14x - 6y + 57 < 0$ $\Leftrightarrow (9x^2 + 42xy + 49y^2) + (x^2 + 14x + 49) + (y^2 - 6y + 9) - 1 < 0$ $\Leftrightarrow (3x + 7y)^2 + (x + 7)^2 + (y - 3)^2 - 1 < 0$ $\Leftrightarrow (3x + 7y)^2 + (x + 7)^2 + (y - 3)^2 < 1$	1,0đ
		Vì: $\begin{cases} (3x + 7y)^2 \geq 0 \\ (x + 7)^2 \geq 0 \\ (y - 3)^2 \geq 0 \end{cases}$ và $x, y \in \mathbb{Z}$ nên: $(3x + 7y)^2 + (x + 7)^2 + (y - 3)^2 = 0$ $\Rightarrow (3x + 7y)^2 = (x + 7)^2 = (y - 3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 3 \end{cases}$	1,0đ
5 (4đ)	a (2,0đ)	 (H1)  (H2) ABCD là hình vuông có cạnh bằng 1 $\Rightarrow AC^2 = BD^2 = 2$ M là điểm bất kỳ nằm trong hình vuông ABCD (H1) $\Rightarrow MA + MC \geq AC$ $\Rightarrow MA^2 + MC^2 = \frac{2MA^2 + 2MC^2}{2} = \frac{(MA + MC)^2 + (MA - MC)^2}{2}$$= \frac{(MA + MC)^2}{2} + \frac{(MA - MC)^2}{2} \geq \frac{(MA + MC)^2}{2} \geq \frac{AC^2}{2} = \frac{2}{2} = 1$	2,0đ

	Chứng minh tương tự: $MB^2 + MD^2 \geq 1$ Do đó, suy ra: $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 \geq 1 + 1 = 2$ (đpcm) Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD	
b (2,0đ)	Kẻ $MH \perp BC$ tại H (H2) $\Rightarrow MH = NB$ ΔANM vuông cân ở N có O là trung điểm của cạnh huyền AM $\Rightarrow MN^2 = 2ON^2 \Rightarrow \frac{ON^2}{MN^2} = \frac{1}{2}$ (1) ΔMHC vuông cân ở H $\Rightarrow MC^2 = 2MH^2 \Rightarrow \frac{MH^2}{MC^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NB^2}{MC^2} = \frac{1}{2}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{ON}{MN} = \frac{NB}{MC}$ (3) Hai tam giác ONB và NMC có: $\angle ONB = \angle NMC$ (vì cùng bằng 135°) và $\frac{ON}{MN} = \frac{NB}{MC}$ (theo (3)) Suy ra $\Delta ONB \sim \Delta NMC$ (c-g-c) $\Rightarrow \frac{OB}{NC} = \frac{ON}{MN} \Leftrightarrow \frac{OB^2}{NC^2} = \frac{ON^2}{MN^2}$ (4) Từ (1) và (4) suy ra: $\frac{OB^2}{NC^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow NC^2 = 2.OB^2$ (đpcm)	2,0đ
6 (2đ)	Ta có: $\angle CEA = \angle B + \angle BAE = \angle HAC + \angle EAH = \angle CAE$ $\Rightarrow \Delta CAE$ cân ở C $\Rightarrow CA = CE$ (1) Qua H kẻ đường thẳng song song với AB cắt MF ở K. Ta có: $\frac{BE}{EH} = \frac{MB}{KH} = \frac{MA}{KH} = \frac{FA}{FH}$ (2) AE là phân giác của $\Delta ABH \Rightarrow \frac{BE}{EH} = \frac{AB}{AH}$ (3) ΔCAH và ΔCBA đồng dạng $\Rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{CA}{CH} = \frac{CE}{CH}$ (theo (1)) (4) Từ (2), (3), (4) $\Rightarrow \frac{FA}{FH} = \frac{CE}{CH}$ hay $\frac{AH}{FH} = \frac{EH}{CH} \Rightarrow AE \parallel CF$ (đpcm)	0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ

Ghi chú:

- Điểm bài thi được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.
- Mọi cách giải khác (nếu hợp lý và đúng) đều ghi điểm tối đa.