

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
VIỆT YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2013-2014

MÔN THI : TOÁN 7

Ngày thi: 12/4/2014

Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài 1: (6,0 điểm).

Tính:

a) $A = 4.\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3.\left(-\frac{1}{2}\right) + 1$

b) $B = \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{4}\right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6}\right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100}\right).$

c) $C = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

Bài 2: (4,0 điểm).

a) Tìm x, y biết $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ và $x \cdot y = 112$

b) Chứng minh rằng: Nếu a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn:

$$\frac{ab + ac}{2} = \frac{bc + ba}{3} = \frac{ca + cb}{4} \text{ thì } \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$$

Bài 3: (4,0 điểm).

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = |2013 - x| + |2014 - x|.$

b) Tìm số có 3 chữ số biết rằng số đó chia hết cho 36 và các chữ số của nó tỷ lệ với 1 ; 2 ; 3.

Bài 4: (4,0 điểm).

Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ$). Kẻ phân giác BD ($D \in AC$). Trên tia AB lấy điểm M sao cho $AM = BC$.

a) Chứng minh $BD + AD = BC$

b) Tính $\widehat{AMC}$

Bài 5: (2,0 điểm).

Tìm các số a, b, c nguyên dương thỏa mãn $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ
ĐÀO TẠO
VIỆT YÊN**

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI
CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
KÌ THI NGÀY 12/4/2014
MÔN THI : TOÁN 7**

Ghi chú: Đáp án chỉ là sơ lược từng bước giải và cách cho điểm từng phần của mỗi bài. Bài làm của học sinh yêu cầu phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, hình vẽ sai không chấm điểm. Nếu HS giải cách khác đúng thì chấm điểm từng phần tương ứng.

Bài	Phương pháp-Kết quả	Điểm
Bài 1 (6 điểm)	a) $A = 4.\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3.\left(-\frac{1}{2}\right) + 1$	
	$= 4.\left(-\frac{1}{8}\right) - 2.\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1$	0.5 đ
	$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1$	0.5 đ
	$= -\frac{3}{2}$	
	Vậy $A = -\frac{3}{2}$	0.5 đ
		0.5 đ
	b)	
	$B = \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{4}\right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6}\right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100}\right)$	
	$= \frac{1}{2} : \frac{-3}{2} : \frac{4}{3} : \frac{-5}{4} : \frac{6}{5} : \frac{-7}{6} : \dots : \frac{-101}{100}$	0.5đ
	$= \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-6}{7} \dots \frac{-100}{101}$ (có 50 thừa số âm)	
		0.5đ
	$= \frac{1.2.3.4.5.6\dots 100}{2.3.4.5.6.7\dots 101} = \frac{1}{101}$	0.5 đ
	Vậy $B = \frac{1}{101}$	0.5 đ
	c)	
	$C = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$	
	$= \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{-(2^3)^4 \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}}$	0,5đ
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}}$	0,5 đ
		0,5 đ

	$= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (1-2 \cdot 3)}$ $= \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot (-5)} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$	0,5 đ
Bài 2 (4 điểm)	a) Ta có $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x^2}{16} = \frac{x \cdot y}{4 \cdot 7} = \frac{122}{28}$ $\Rightarrow x^2 = \frac{16 \cdot 112}{28} = 64$ $\Rightarrow x = 8$ hoặc $x = -8$ Nếu $x = 8 \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{y}{7} \Rightarrow y = 14$ Nếu $x = -8 \Rightarrow \frac{-8}{4} = \frac{y}{7} \Rightarrow y = -14$	0.5 đ
		0.5 đ
		0.5 đ
		0.5 đ
	b) Ta có: $\frac{ab + ac}{2} = \frac{bc + ba}{3} = \frac{ca + cb}{4}$ $= \frac{ab + ac + bc + ba + ca + cb}{2 + 3 + 4}$ $= \frac{2(ab + bc + ca)}{9}$ $= \frac{ab + bc + ca}{4,5}$ $= \frac{ab + bc + ca - ab - ac}{4,5 - 2} = \frac{bc}{2,5}$ $= \frac{ab + bc + ca - bc - ba}{4,5 - 3} = \frac{ca}{1,5}$ $= \frac{ab + bc + ca - ca - cb}{4,5 - 4} = \frac{ab}{0,5}$ Do đó: $\frac{ab}{0,5} = \frac{ac}{1,5} = \frac{bc}{2,5}$ $\Rightarrow \begin{cases} 1,5 ab = 0,5 ac \\ 1,5 bc = 2,5 ac \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3b = c \\ 5a = 3b \end{cases} (a, b, c \neq 0)$ $\Rightarrow 5a = 3b = c \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$	0.5 đ
Bài 3 (4 điểm)	a) Áp dụng BĐT $ a + b \geq a+b $ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a,b cùng dấu <i>(HS không làm phần này vẫn cho điểm tối đa)</i> Ta có $P = 2013 - x + 2014 - x = x - 2013 + 2014 - x $ $P \geq x - 2013 + 2014 - x = 1 = 1$	0.5 đ
		0.5 đ

	Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $(x-2013)$ và $(2014-x)$ cùng dấu Hay $2013 \leq x \leq 2014$ Vậy $\min P = 1$ khi và chỉ khi $2013 \leq x \leq 2014$ b) Gọi ba chữ số của số phải tìm là a, b, c ta có : $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} \text{ áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được}$ $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6} (*)$ Do số phải tìm chia hết cho 36 nên số đó chia hết cho 9 suy ra $a+b+c$ chia hết cho 9 Mà a, b, c là các chữ số có ít nhất một chữ số khác 0 nên $a+b+c$ chỉ có thể nhận một trong ba giá trị : 9; 18; 27 Nếu $a+b+c = 9$ Từ (*) ta có $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6} \Rightarrow a = 9/6$ (không thoả mãn vì a là chữ số) Nếu $a+b+c = 18$ kết hợp (*) ta có $a=3; b=6; c=9$ vì số phải tìm chia hết cho 36 nên chữ số hàng đơn vị chẵn ta có số 396; hoặc 936 Nếu $a+b+c = 27$ từ (*) $\Rightarrow a=27/6$ (loại) Thử lại ta thấy cả hai số 396 và 936 đều thoả mãn Vậy số phải tìm là 936 và 396.	0.5 đ 0.5 đ 0.5 đ 0.5 đ 0.5 đ
Bài 4 (4 điểm)	a) Từ D kẻ $DE \parallel BC$, trên BC lấy điểm F sao cho $BD = BF$ (1) Chứng minh được $DE = BE$ (tam giác BED cân) Do tam giác AED cân nên $AD = AE$ suy ra $BE = CD$ Vậy $DE = CD$	0.5 đ 0.5 đ

	Tam giác BDF cân có $\widehat{DBF} = 20^\circ$ nên $\widehat{BFD} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{DFC} = 100^\circ$ suy ra $\widehat{DFC} = \widehat{EAD} = 100^\circ$ Vậy tam giác DFC có $\widehat{FDC} = 40^\circ$ Chúng minh được $\triangle ADE = \triangle FCD (g.c.g) \Rightarrow AD = CF$ (2)	0.5 đ
	Từ (1) và (2) suy ra đpcm.	0.5 đ
	b) Dựng tam giác đều AMN sao cho N và C ở cùng một phía so với AB.	0.5 đ
	Vì AC chung; $BC = AN (= AM)$; $\widehat{ACB} = \widehat{CAN} = 40^\circ$ $\Rightarrow \triangle BAC = \triangle NCA$ Suy ra $AC = CN = AB$	0.5 đ
	vậy MC là trung trực của AN	0.5 đ
	Nên $\widehat{AMC} = \frac{1}{2} \widehat{AMN} = 30^\circ$	0.5 đ
Bài 5 (2 điểm)	Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 5^b = a^3 + 3a^2 + 5 > a + 3 = 5^c$ $\Rightarrow 5^b > 5^c \Rightarrow b > c$ $\Rightarrow 5^b : 5^c$ $\Rightarrow (a^3 + 3a^2 + 5) : (a + 3)$ $\Rightarrow a^2(a + 3) + 5 : a + 3$	0.5 đ
	Mà $a^2(a + 3) : a + 3$ [do $(a + 3) : (a + 3)$] $\Rightarrow 5 : a + 3$ $\Rightarrow a + 3 \in U(5)$	0.5 đ
	$\Rightarrow a + 3 \in \{ \pm 1 ; \pm 5 \}$ (1) Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a + 3 \geq 4$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 5 - 3 = 2$	0.5 đ

	$\Rightarrow 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 5 = 5^5$ $25 = 5^b$ $5^2 = 5^b$ $2 + 3 = 5^c$ $5 = 5^c$ $5 = 5^c$ Vậy : $a = 2$ $b = 2$ $c = 1$	0.5 đ
--	---	-------