

Bài 1. (3,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính

$$\text{a) } -1\frac{5}{7} \cdot 15 - \frac{2}{7} \cdot 15 + 30 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right); \quad \text{b) } \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{\frac{11}{4} - \frac{11}{5} + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} : \frac{\frac{3}{5} - \frac{3}{9} + \frac{3}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}}$$

$$\text{c) } \left[\frac{4}{13} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^0 + \frac{9}{26} \cdot 2 \right]^{2020} - \left(\frac{-1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2021}.$$

$$2) \text{ Rút gọn biểu thức: } M = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \left(1 + \frac{1}{4 \cdot 6}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2018 \cdot 2020}\right)$$

Bài 2. (2,0 điểm)

1) Tìm x, y, z biết: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{6}$ và $5z - 3x - 4y = 50$.

2) Tìm bộ giá trị (x, y, z) thỏa mãn: $(2x - y + z)^{2018} + |y^2 - z| + (z - 4)^4 \leq 0$.

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $10^x + 144y = 2017$.

2) Cho hàm số $f(x) = x + \frac{1}{2}$.

Tính tổng $S = f(0) + f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2}{2021}\right) + f\left(\frac{3}{2021}\right) + \dots + f\left(\frac{2019}{2021}\right) + f\left(\frac{2020}{2021}\right) + f(1)$.

3) Cho $a, b, c, d, n \in \mathbb{N}^*$, biết $ab = cd$. Chứng minh rằng: $a^n + b^n + c^n + d^n$ là hợp số.

Bài 4. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{BAC} < 90^\circ$). Kẻ BI vuông góc với AC tại I. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kỳ (M khác B và C). Gọi D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến các cạnh AB, AC, BI.

1) Chứng minh rằng $\triangle DBM = \triangle FMB$.

2) Cho $BC = 10\text{cm}$, $CI = 6\text{cm}$. Tính tổng $MD + ME$.

3) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = EI$. Chứng minh BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng DK.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 15^\circ$. Trên tia phân giác trong của $\widehat{BAC}$, lấy điểm D sao cho $\widehat{ACD} = 75^\circ$. Chứng minh tam giác BCD là tam giác đều.

----- Hết -----

(Đề thi có 01 trang)

Họ và tên thí sinh: ; Số báo danh: