

Câu I. (5,0 điểm)

1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}(2m+1)x^2 + (m^2+m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(2021; 2022)$.
2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+m}$ có hai đường tiệm cận đứng và khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đó bằng 5.

Câu II. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình $\frac{1}{2}\log_3 \frac{x^2-2x+1}{9} + \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{x+1}+1) + 1 = 0$.
2. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sqrt{1+4x^2}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình $(2x+m) \cdot f(2x+m) \cdot f(x-x^3) + x - x^3 \leq 0$ có nghiệm $x \in [-3; 3]$.

Câu III. (6,0 điểm)

1. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Trên cạnh bên BB' lấy điểm M sao cho $BM = 2B'M$. Biết góc giữa đường thẳng AM và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° , tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
2. Cho hình chữ nhật $ABCD$, điểm M thuộc cạnh CD sao cho $MC = 2MD$. Biết $AM = \sqrt{2}$ và $\cos \widehat{AMB} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$, tính thể tích khối tròn xoay khi cho miền tam giác MAB quay quanh cạnh AB .
3. Cho tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong hình cầu tâm O bán kính R với tâm O nằm trong tứ diện. Gọi A', B', C', D' lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AO, BO, CO, DO với các mặt phẳng $(BCD), (CDA), (DAB), (ABC)$. Chứng minh rằng $OA' + OB' + OC' + OD' \geq \frac{4R}{3}$.

Câu IV. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{x \ln x + 1} dx$.

Câu V. (2,0 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \sqrt[3]{3u_{n-1}^3 + 2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Đặt

$S_n = u_1^3 + u_2^3 + \dots + u_n^3, \forall n \geq 1$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (S_n) và tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3^n}$.

Câu VI. (2,0 điểm) Gọi S là tập các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau sao cho trong số đó có 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S , tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcdef}$ thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$.

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Chữ kí của cán bộ coi thi: