

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}$.

b) Tính diện tích của một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng và chu vi bằng 48 m.

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $B = \left(2 + \frac{x-4}{\sqrt{x}+2}\right) : \left(\frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{4}{x+4\sqrt{x}+3}\right)$ với $x \geq 0$.

a) Rút gọn biểu thức B.

b) Tìm giá trị của x thỏa mãn $(2 + B + 2 + 3)(2^2 + B^2 + 2^2 + 3^2)^2 = 2023$.

Câu 3. (1,5 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ, cho hình vuông ABCD. Biết điểm A(1;3) và các điểm B, D nằm trên đường thẳng $y = 2x + 6$.

a) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng đi qua hai điểm A và C.

b) Tính diện tích hình vuông ABCD.

Câu 4. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 2y = -2 \\ 3x^2 + |y| = 15. \end{cases}$$

b) Tìm số chính phương có 4 chữ số mà khi cộng số đó với 2023 ta cũng được một số chính phương.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O), có $AB < AC$. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A đến BC và M là trung điểm của BC. Lấy điểm D trên (O) sao cho AD song song với BC. Gọi G là giao điểm của AM và HD. Tính tỉ số $\frac{GH}{GD}$.

Câu 6. (2,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H, nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Đường phân giác góc BAC cắt MH tại D. Đường thẳng qua H, vuông góc với AD lần lượt cắt AB, AC tại E và F.

a) Chứng minh rằng $HE \cdot HC = HF \cdot HB$.

b) Gọi K là chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC. Chứng minh rằng HF là phân giác của góc KHC.

c) Chứng minh rằng DF vuông góc với AC.

--- Hết ---