

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi gồm 01 trang

KỲ THI HỌC SINH GIỎI 12 CẤP THÀNH PHỐ

NĂM HỌC 2021 – 2022

Khoá thi ngày 07/04/2022

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

(không kể thời gian giao bài)

Bài 1. (3 điểm)

Giải phương trình: $\log_3 \left(\frac{x+5}{x+1} \right)^2 = x^2 + x.$

Bài 2. (3 điểm)

Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = f[f(x)]$, $y = f(\sqrt{x^2 + 24})$ có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) , (C_3) . Đường thẳng $x = 1$ cắt (C_1) , (C_2) , (C_3) lần lượt tại các điểm M , N , P . Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại M và của (C_2) tại N lần lượt là $y = 2x + 3$ và $y = 202(10x + 1)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P .

Bài 3. (6 điểm)

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$; $AC = a\sqrt{7}$; $\widehat{DAB} = \widehat{DBC} = 90^\circ$; $\widehat{ABC} = 120^\circ$; Góc giữa hai mặt phẳng (BCD) và (ABD) bằng 30° .

- Tính theo a thể tích của tứ diện $ABCD$.
- Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Bài 4. (4 điểm)

Xét tập hợp $X = \{-10 \leq x \leq 10 \mid x \in \mathbb{Z}\}$, chọn ngẫu nhiên các số $a, b, c \in X$ để được hàm số bậc ba $y = \frac{a}{3}x^3 - bx^2 + cx$. Tính xác suất để hàm số này đạt cực trị tại $x = 1$.

Bài 5. (4 điểm)

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{m-6}{4}x^4 - (2m+1)x^3 + 9x^2 + 2022$ với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m sao cho tổng độ dài của các khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ trên $(-\infty; +\infty)$ là 2.

HẾT