

Phần I: Trắc nghiệm một lựa chọn (Thí sinh ghi đáp án vào ô tương ứng của tờ giấy thi).

Câu 1: Có bao nhiêu cặp điểm phân biệt nằm trên đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2021x$ và đối xứng nhau qua gốc toạ độ O ?

- A. 1. B. 2. C. vô số. D. 0.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(5;3;1)$, $B(4;-1;3)$, $C(-6;2;4)$, $D(2;1;7)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thoả mãn $|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là mặt cầu (S) . Tính bán kính R của (S) .

- A. $\frac{\sqrt{21}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $\sqrt{21}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{8}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{2-x}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 4: Cho hai số thực $a, b > 0$; $a \neq 1$; $b \neq 1$ thoả mãn $a^{\frac{3}{7}} < a^{\frac{1}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{7} > \log_b \frac{1}{2}$. Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. $a > 1$; $0 < b < 1$. B. $0 < a < 1$; $b > 1$. C. $a > 1$; $b > 1$. D. $0 < a < 1$; $0 < b < 1$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

- A. $S = 4\sqrt{2}\pi a^2$. B. $S = \pi a^2$. C. $S = \pi a^2 \sqrt{2}$. D. $4\pi a^2$.

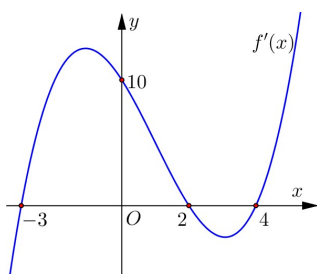
Câu 6: Tìm họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

- A. $1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C$. B. $x + \frac{1}{x-1} + C$. C. $x^2 + \ln|x-1| + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $4a$, tam giác BCD đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy nằm trong hình thoi $ABCD$, các mặt bên của hình chóp cùng tạo với mặt phẳng đáy góc bằng 45° . Tính thể tích của khối nón tạo bởi hình nón có đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp hình thoi.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{64}\pi a^3$. B. $3\sqrt{3}\pi a^3$. C. $\sqrt{3}\pi a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi a^3$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ sau:



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
- B. Hàm số có hai điểm cực trị.
- C. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 9: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^2 f(2x)dx = 4$. Tính giá trị của $I = \int_1^4 f(x)dx$.

- A. 10.
- B. 8.
- C. 4.
- D. 6.

Câu 10: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\log_2 x}{x^2 - 5x + 6}$ là

- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $9a^3$.
- B. $\frac{a^3}{3}$.
- C. a^3 .
- D. $3a^3$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$. Gọi A, B, C theo thứ tự là các điểm đối xứng với M qua các mặt phẳng $(Oyz), (Ozx), (Oxy)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- A. $G\left(\frac{-a+b+c}{3}; \frac{a-b+c}{3}; \frac{a+b-c}{3}\right)$.
- B. $G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right)$.
- C. $G\left(\frac{2a}{3}; \frac{2b}{3}; \frac{2c}{3}\right)$.
- D. $G\left(\frac{a+b+c}{3}; \frac{a+b+c}{3}; \frac{a+b+c}{3}\right)$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 4x - 3$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. -3.
- B. 2.
- C. 5.
- D. 0.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$	10
		-3		$-\infty$	

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 4}$.

- A. 6.
- B. 5.
- C. 3.
- D. 4.

Câu 15: Hàm số $f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + \dots + (x-n)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi x bằng

- A. $\frac{n}{2}$.
- B. $\frac{n+1}{2}$.
- C. $\frac{n-1}{2}$.
- D. $\frac{n(n+1)}{2}$.

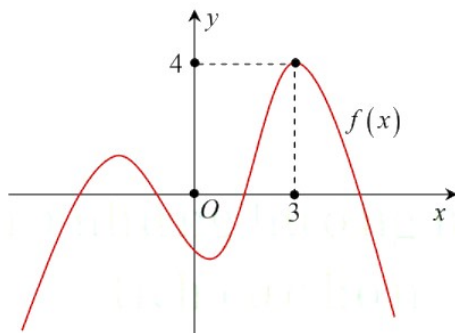
Câu 16: Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 1000^z + b \cdot 100^z$ đúng với mọi số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z+1$. Tính giá trị biểu thức của $T = 2000a + 2021b$.

- A. $T = 29305$.
- B. $T = 1932021$.
- C. $T = 29315$.
- D. $T = \frac{29}{2}$.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020; 2021]$ để bất phương trình $m(x-1) < (x+1)^2$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $(1; 2021]$?

- A. 2020.
- B. 2029.
- C. 2021.
- D. 2028.

Câu 18: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[0; 2021]$ để hàm số $y = f(3x - m) + 2f(x^2 - 2x)$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng giá trị của tất cả các phân tử thuộc tập S bằng



- A. 6. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông; biết khoảng cách từ đỉnh S đến AB và CD lần lượt là $\sqrt{377}$ và 5; khoảng cách từ S đến mặt đáy bằng 4. Hình chiếu vuông góc H của S xuống mặt đáy nằm trong hình vuông $ABCD$. Đặt V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. $V \in (645; 646)$. B. $V \in (644; 645)$. C. $V \in (646; 647)$. D. $V \in (647; 648)$.

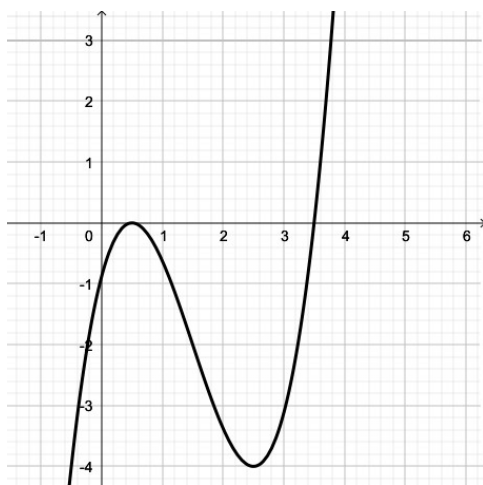
Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx = 2$. Giá trị $\int_1^3 (f(x) + 2) dx$ là

- A. 16. B. 10. C. 5. D. 9.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x+1) + f(x+2) = e^x(x^2 - 1)$. Giá trị của tích phân $I = \int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. $I = 0$. B. $I = 2$. C. $I = -1$. D. $I = -3$.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^3 + 3bx^2 - 2cx + d$ (a, b, c, d là các hằng số, $a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x) = \frac{a}{4}x^4 + (a+b)x^3 + (3b-c)x^2 + (d-2c)x + d - 2021$. Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 2)$. B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$. D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 3 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) ; CD là một đường kính cố định của (T) , A là điểm thay đổi trên (T) (A khác C và D). Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt (S) tại B . Giá trị lớn nhất của khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

- A. $\frac{12}{\sqrt{13}}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\frac{15}{4}$. D. $\frac{24}{\sqrt{73}}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = 3m^2x^4 - 8mx^3 + 6x^2 + 12(2m-1)x + 1$ với m là tham số. Biết rằng với mọi tham số m thì hàm số luôn đồng biến trên $[a; b]$ (với a, b là các số thực). Giá trị lớn nhất của biểu thức $(4b-a)$ bằng

- A. $2\sqrt{5} + 1$. B. $2\sqrt{5} + 2$. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{5}$.

Phần II: Thi sinh ghi câu trả lời vào giấy thi theo hàng dọc.

Câu 25: Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 5x^2 + 4$ là

Câu 26: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_6 x^2 < \log_6 (2x+3)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^4 f(2x)dx = 10$ và $f(8) = 2$. Tính $\int_0^8 xf'(x)dx$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc, $AC = BD = 2a$, SA tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 60° , $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 29: Gọi r là bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $4a$. Tính r .

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 5)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại các điểm D, E, F . Biết thể tích của khối tứ diện $ODEF$ bằng

$\frac{3}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

Câu 31: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(1 + x + x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$ bằng

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là 60° . Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$.

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2mx^3 + (m+2)x^2 + 2020m + 2021$ chỉ có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại?

Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Giả sử A, B là hai điểm thuộc (C) và đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) . Dựng hình vuông $AEBF$, tính diện tích nhỏ nhất của hình vuông $AEBF$.

Câu 35: Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $4x^2 + 6x.2^{x^2} + 20 \geq x^2.2^{x^2} + 5.2^{x^2} + 24x$.

Câu 36: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 19 chữ số lấy từ tập $X = \{6; 8\}$ sao cho mỗi số trong tập hợp S phải chứa ít nhất một chữ số 8 và không có bất kì hai chữ số 8 nào đứng cạnh nhau. Tính số phần tử của tập hợp S .

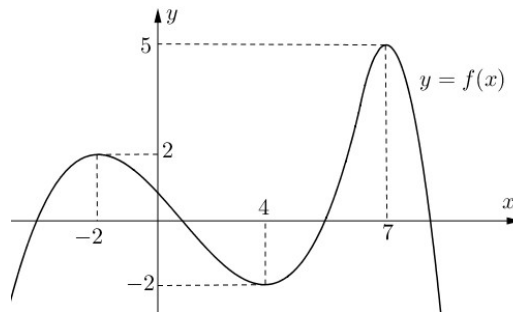
Câu 37: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $81^x - 6.27^x + 8.9^x - 2m.3^x - m^2 = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; e]$ thỏa mãn $xf'(x) = xf^2(x) + 3f(x) + \frac{4}{x}$ và

$f(x) \neq -\frac{2}{x}$ với mọi $x \in [1; e]$. Giá trị của $f(e)$ bằng bao nhiêu biết rằng $f(1) = -3$?

Câu 39: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a và M là một điểm nằm trong khối lập phương đó. Gọi V_1, V_2 và V_3 lần lượt là thể tích của khối tứ diện $MA'B'C'$, $MACD$ và $MABB'$. Biết rằng $V_1 = 2V_2 = 2V_3$, tính thể tích khối tứ diện $MA'CD$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới (trong đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên $(7; +\infty)$). Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in [-19; -3]$ để hàm số $y = (f(x) + m)^2$ có đúng 5 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là



----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:
Họ, tên, chữ ký của GT 1:.....GT 2:.....