

ĐỀ THI SỐ 1
(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: Toán

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: 4/2017

Câu 1 (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$ (m là tham số). Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 2 (4,0 điểm)

Giải phương trình: $3(x - 2) + \sqrt{3x + 4} = 3\sqrt{2x + 1} + \sqrt{x - 3}$ ($x \in R$).

Câu 3 (4,0 điểm)

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC), đường SB tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° , M là trung điểm cạnh BC. Tính theo a thể tích khối S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC.

Câu 4 (3,0 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-2} - \sqrt{3-y} = y^2 - x^2 + 4x - 6y + 5 \\ \sqrt{2x^2 - x + 3y - 5} - \sqrt{2x+1} = 3 - y \end{cases} \quad (x, y \in R).$$

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho $a > 0, b > 0, c > 0$. Chứng minh rằng: $\frac{25a}{b+c} + \frac{16b}{c+a} + \frac{c}{a+b} > 8$.

Câu 6 (4,0 điểm)

Có 2017 học sinh đứng thành vòng tròn và quay mặt vào giữa để chơi trò đếm số như dưới đây:

Mỗi học sinh đếm một số lần lượt theo chiều kim đồng hồ, bắt đầu từ học sinh A nào đó. Các số được đếm là 1, 2, 3 và cứ lặp lại theo thứ tự như thế. Nếu học sinh nào đếm số 2 hoặc số 3 thì phải rời khỏi ngay vị trí ở vòng tròn. Học sinh còn lại cuối cùng sẽ được thưởng. Hỏi học sinh muốn nhận phần thưởng thì lúc bắt đầu chơi phải chọn vị trí thứ bao nhiêu theo chiều kim đồng hồ kể từ học sinh A đếm số 1 đầu tiên.

.....**Hết**.....

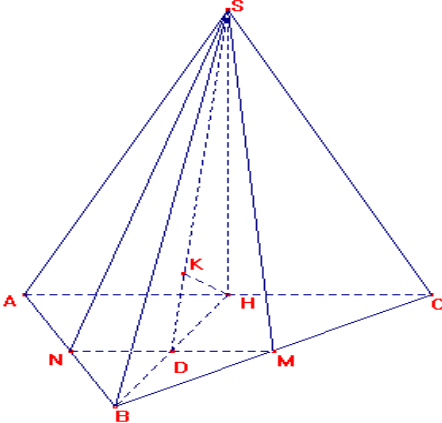
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI SỐ 1
(Gồm có 04 trang)

Môn thi: Toán
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi:4/2017

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu 1 (2 điểm)	Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$ (m là tham số). Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$	
	Ta có $y' = 3x^2 + 6x - m$	0.5
	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$	
	$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow m \leq f(x) = 3x^2 + 6x, \forall x \in (-\infty; 0)$	0.5
	$\Leftrightarrow m \leq \min_{x \in (-\infty; 0)} f(x), \forall x \in (-\infty; 0)$	0.5
	Ta có $f'(x) = 6x + 6, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$	
	Lập BBT, từ đó suy ra $\min_{x \in (-\infty; 0)} f(x) = f(-1) = -3$	0.5
	Vậy: $m \leq -3$	
Câu 2 (4 điểm)	Giải phương trình $3(x-2) + \sqrt{3x+4} = 3\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3}$ ĐK: $x \geq 3$	
	$\Leftrightarrow 3(x-4) + (\sqrt{3x+4} - 4) = 3(\sqrt{2x+1} - 3) + (\sqrt{x-3} - 1)$	0.5
	$\Leftrightarrow 3(x-4) + \frac{3(x-4)}{\sqrt{3x+4}+4} = \frac{6(x-4)}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{x-4}{\sqrt{x-3}+1}$	0.5
	$\Leftrightarrow (x-4) \left[\left(3 + \frac{3}{\sqrt{3x+4}+4} \right) - \left(\frac{6}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{1}{\sqrt{x-3}+1} \right) \right] = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \left(3 + \frac{3}{\sqrt{3x+4}+4} \right) - \left(\frac{6}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{1}{\sqrt{x-3}+1} \right) = 0 \end{cases}$	0.5
	Ta có: $3 + \frac{3}{\sqrt{3x+4}+4} > 3, \forall x \geq 3$	0.5
	$\frac{6}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{1}{\sqrt{x-3}+1} < \frac{6}{3} + \frac{1}{1} = 3, \forall x \geq 3$	0.5
	$\Rightarrow \left(3 + \frac{3}{\sqrt{3x+4}+4} \right) - \left(\frac{6}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{1}{\sqrt{x-3}+1} \right) > 0, \forall x \geq 3$	0.5
	Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 4$.	0.5

		
Câu 3 (4 điểm)	Gọi H là trung điểm của AC $\Rightarrow SH \perp AC$. Do $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$	0,5
	Góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBH} = 60^\circ$	0,5
	Trong tam giác SHB vuông tại H có $SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$	0,5
	Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.	0,5
	Gọi N là trung điểm của AB $\Rightarrow MN \parallel AC \Rightarrow AC \parallel (SMN)$	0,25
	Ta có $d(SM, AC) = d(AC, (SMN)) = d(H, (SMN))$ (1)	0,25
	Gọi D là giao điểm của BH và MN, K là hình chiếu vuông góc của H lên SD.	0,25
	Do $BD \perp MN$, $MN \perp SH \Rightarrow MN \perp (SHD) \Rightarrow MN \perp HK$	0,25
	Có $HK \perp SD$, $HK \perp MN \Rightarrow KH \perp (SMN) \Rightarrow KH = d(H, (SMN))$ (2)	0,25
	Trong tam giác SHD vuông tại H có $\frac{1}{KH^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{SD^2} = \frac{52}{9a^2} \Rightarrow KH = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$ (3)	0,5
	Từ (1), (2) và (3) suy ra $d(SM, AC) = KH = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$.	0,25
Câu 4 (3 điểm)	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \leq 3 \\ 2x^2 - x + 3y - 5 \geq 0 \end{cases}$ Từ (1) $\Rightarrow (x-2)^2 + \sqrt{x-2} = (3-y)^2 + \sqrt{3-y} (*)$	0,5
	Xét hàm số: $f(t) = t^2 + \sqrt{t}$ với $t \geq 0$	0,25
	Ta có: $f'(t) = 2t + \frac{1}{2\sqrt{t}} > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến với $\forall t \geq 0$	0.25

	Từ (*) $\Rightarrow f(x-2) = f(3-y) \Leftrightarrow x-2 = 3-y \Leftrightarrow y = 5-x$	0.25
	Thay vào phương trình (2) ta được: $\sqrt{2x^2 - 4x + 10} = \sqrt{2x+1} + x - 2$	0,25
	$\Leftrightarrow (2x-4)\sqrt{2x+1} = x^2 - 2x + 5 \Leftrightarrow x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (x^2 - 6x)^2 + 6(x^2 - 6x) + 9 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 6x + 3)^2 = 0$	0,5
	$x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{6} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{6} \\ x = 3 - \sqrt{6} \quad (L) \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của hệ PT là $S = \{(3 + \sqrt{6}; 2 - \sqrt{6})\}$	0,5
Câu 5 (3 điểm)	Cho $a > 0, b > 0, c > 0$. Chứng minh rằng: $\frac{25a}{b+c} + \frac{16b}{c+a} + \frac{c}{a+b} > 8$	
	Ta có $\frac{25a}{b+c} + \frac{16b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = (a+b+c) \left[\frac{25}{b+c} + \frac{16}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right] - 25 - 16 - 1$	1.0
	$= \frac{1}{2}(b+c+c+a+a+b) \left(\frac{25}{b+c} + \frac{16}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) - 42$	0.5
	$= \frac{1}{2} \left[(\sqrt{b+c})^2 + (\sqrt{c+a})^2 + (\sqrt{a+b})^2 \right] \left[\left(\frac{5}{\sqrt{b+c}} \right)^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{c+a}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{a+b}} \right)^2 \right] - 42$	0.5
	$\geq \frac{1}{2}(5+4+1)^2 - 42 = 8 \quad (\text{Bunhiacopxki cho 6 số})$	0.5
	Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a+b=k \\ b+c=5k \Rightarrow a=0, c=4k, b=k \\ c+a=4k \end{cases}$ ($a=0$ trái với giả thiết). Vậy dấu "=" không xảy ra.	0.5
Câu 6 (4 điểm)	Xét hai trường hợp:	
	1) Có 3^n học sinh đứng thành vòng tròn thì sau lần đếm thứ nhất còn lại 3^{n-1} học sinh và học sinh B đếm số 1 đầu tiên trong vòng đầu sẽ đếm số 1 đầu tiên ở vòng thứ 2, do đó học sinh B sẽ ở lại đến cùng.	1.0
	2) Xét trường hợp có 2017 học sinh. Vì $3^6 = 729 < 2017 < 3^7 = 2187$ Nên ta sẽ đưa về TH1 để đến khi nào còn lại 3^6 học sinh thì học sinh A phải là người đếm số 1 đầu tiên trong 3^6 người.	1.0
	Vậy cần có $2017 - 729 = 1288$ học sinh dời khỏi vòng tròn, tương ứng với 644 nhóm (mỗi nhóm 3 người loại ra 2 người).	1.0
	Do đó cần có $644 \cdot 3 = 1932$ học sinh đứng trước học sinh A. Nghĩa là học sinh A phải chọn vị trí thứ 1933 kể từ học sinh đếm số 1 đầu tiên trong 2017 người.	1.0

Lưu ý:

- Điểm bài thi là tổng điểm của các câu thành phần. Thang điểm toàn bài là 20 điểm, không được làm tròn (điểm lẻ từng ý trong một câu nhỏ nhất là 0,25)

- Thí sinh làm bài bằng cách khác, lập luận chặt chẽ, logic, ra kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.

.....Hết.....