

Đề khảo sát gồm 02 trang

Phần I - Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\frac{2019}{\sqrt{1-x}}$ có nghĩa là

- A. $x > 1$. B. $x < 1$. C. $x \geq 1$. D. $x \neq 1$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $y = (a-1)x - 1$ (d) đi qua điểm $A(1;3)$. Hệ số góc của (d) là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 3. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} y+3=0 \\ y=(m-1)x+2 \end{cases}$ vô nghiệm?

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 4. Phương trình nào sau đây có tích hai nghiệm bằng 2?

- A. $x^2 + x + 2 = 0$. B. $x^2 + x - 2 = 0$. C. $x^2 - 2x + 1 = 0$. D. $x^2 + 5x + 2 = 0$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , số giao điểm của parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = x + 3$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. Giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x^2$ ($m \neq 1$) luôn đồng biến với mọi giá trị của $x > 0$ là

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m > -1$. D. $m < -1$.

Câu 7. Cho hai đường tròn $(O; 3cm)$ và $(O'; 5cm)$, có $OO' = 7cm$. Số điểm chung của hai đường tròn là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 8. Trên đường tròn $(O; R)$ lấy hai điểm A, B sao cho số đo cung AB lớn bằng 270° . Độ dài dây cung AB là

- A. R . B. $R\sqrt{2}$. C. $R\sqrt{3}$. D. $2R\sqrt{2}$.

Phần 2 - Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

- a) Rút gọn biểu thức A .
b) Chứng tỏ rằng $A \leq 2$.

Câu 2 (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số).

- a) Giải phương trình với $m = 3$.
b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 3$.

Câu 3 (1,0 điểm).

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=5xy \\ \frac{5}{x}-\frac{1}{y}=4. \end{cases}$

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB \neq AC$) có đường cao AH và I là trung điểm của BC . Đường tròn tâm O đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M và N (M và N khác A).

- a) Chứng minh $AB \cdot AM = AC \cdot AN$.
- b) Chứng minh tứ giác $BMNC$ là tứ giác nội tiếp.
- c) Gọi D là giao điểm của AI và MN . Chứng minh $\frac{1}{AD} = \frac{1}{HB} + \frac{1}{HC}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình $x + 2019\sqrt{x-2} = 2\sqrt{x-1}$.
- b) Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y + xy = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + y^2$.

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh:.....Số báo danh:.....

Họ, tên, chữ kí của GV coi khảo sát:.....

Phần I- Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm)

Mỗi ý đúng được 0,25 điểm

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Đáp án	B	C	A	D	C	A	B	B

Phần 2 – Tự luận (8,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5 đ)	Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 4$. a) Rút gọn biểu thức A . b) Chứng tỏ rằng $A \leq 2$.	
	a) Với $x \geq 0; x \neq 4$. Biến đổi biểu thức A ta được	
	$A = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \left[\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right]$	0,25
	$= \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \frac{2\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
	$= \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{2\sqrt{x} + 2}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	b) Theo câu a) ta có $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0; x \neq 4$. Ta có $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	Vì $x \geq 0; x \neq 4 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \leq 1 \Rightarrow A \leq 2$.	0,25
Câu 2 (1,5 đ)	Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). (1) a) Giải phương trình với $m = 3$. b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 3. \quad (2)$	
	a) Với $m = 3$, phương trình (1) trở thành $x^2 - 3x + 2 = 0$	0,25
	Giải phương trình ta được $x = 1; x = 2$.	0,25
	b) Phương trình (1) $\Leftrightarrow (x-1)(x-m+1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \\ x-m+1=0 \Leftrightarrow x=m-1. \end{cases}$	0,25
	Với mọi m , phương trình (1) có hai nghiệm.	0,25

	Trường hợp 1: $x_1 = 1; x_2 = m - 1$. Thay vào (2) ta được $1 - 2(m - 1) = 3 \Leftrightarrow m = 0$.	0,25
	Trường hợp 2: $x_1 = m - 1; x_2 = 1$. Thay vào (2) ta được $m - 1 - 2.1 = 3 \Leftrightarrow m = 6$. Kết luận: Tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 3$ là $m \in \{0; 6\}$.	0,25
Câu 3 (1,0 đ)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 5xy \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 4 \end{cases} \quad (I)$	
	Điều kiện xác định của hệ phương trình là $x \neq 0, y \neq 0$.	0,25
	Khi đó hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 5 \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 4 \end{cases}$	0,25
	Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b$ ta được $\begin{cases} 3a + 2b = 5 \\ 5a - b = 4 \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được $a = b = 1$.	0,25
	Từ đó ta tìm được $x = y = 1$ (thỏa mãn điều kiện xác định)	0,25
Câu 4 (3,0 đ)	Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB \neq AC$) có đường cao AH và I là trung điểm của BC . Đường tròn tâm O đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M và N (M và N khác A). a) Chứng minh $AB.AM = AC.AN$. b) Chứng minh tứ giác $BMNC$ là tứ giác nội tiếp. c) Gọi D là giao điểm của AI và MN . Chứng minh $\frac{1}{AD} = \frac{1}{HB} + \frac{1}{HC}$.	
	a) Đường tròn (O), đường kính AH có $\widehat{AMH} = 90^\circ \Rightarrow HM \perp AB$	0,25
	Tam giác AHB vuông tại H có $HM \perp AB \Rightarrow AH^2 = AB.AM$	0,25
	Chứng minh tương tự ta được $AH^2 = AC.AN$	0,25
	Từ đó suy ra $AB.AM = AC.AN$.	0,25
	b) Theo câu a) ta có $AB.AM = AC.AN \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$	0,25
	Tam giác AMN và tam giác ACB có $\widehat{MAN}$ chung và $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$ $\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ACB$	0,25

	$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ACB}$	0,25
	Từ đó suy ra tứ giác $BMNC$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	c) Tam giác ABC vuông tại A có I là trung điểm của $BC \Rightarrow IA = IB = IC$ $\Rightarrow \triangle IAC$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ICA}$	0,25
	Theo câu b) có $\widehat{AMN} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{AMN}$ Mà $\widehat{BAD} + \widehat{IAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{AMN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ADM} = 90^\circ$.	0,25
	Từ đó chứng minh được $\triangle AHI \sim \triangle ADO \Rightarrow \frac{AH}{AD} = \frac{AI}{AO}$.	
	Lại có $AI = \frac{1}{2}BC, AO = \frac{1}{2}AH \Rightarrow \frac{1}{AD} = \frac{BC}{AH^2}$	0,25
	Tam giác ABC vuông tại A có $AH \perp BC \Rightarrow AH^2 = BH.CH$ Mà $BC = BH + CH$ $\Rightarrow \frac{1}{AD} = \frac{BH + CH}{BH.CH} \Rightarrow \frac{1}{AD} = \frac{1}{BH} + \frac{1}{CH}$.	0,25
Câu 5 (1,0 đ)	a) Giải phương trình $x + 2019\sqrt{x-2} = 2\sqrt{x-1}$.	
	b) Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y + xy = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + y^2$.	
	a) ĐKXD: $x \geq 2$ Phương trình $x + 2019\sqrt{x-2} = 2\sqrt{x-1} \Leftrightarrow (\sqrt{x-1}-1)^2 + 2019\sqrt{x-2} = 0$	0,25
	Do $(\sqrt{x-1}-1)^2 \geq 0; 2019\sqrt{x-2} \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{x-1}-1)^2 + 2019\sqrt{x-2} \geq 0$ Từ đó suy ra $\begin{cases} (\sqrt{x-1}-1)^2 = 0 \\ 2019\sqrt{x-2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn ĐKXD) Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.	0,25
	b) Ta có $(2x-1)^2 \geq 0 \forall x \Rightarrow 4x^2 + 1 \geq 4x \forall x$ (1) Tương tự ta được $4y^2 + 1 \geq 4y \forall y$ (2) Lại có $(x-y)^2 \geq 0 \forall x, y \Rightarrow 2(x^2 + y^2) \geq 4xy \forall x, y$ (3)	0,25
	Từ (1), (2) và (3) ta có $4x^2 + 1 + 4y^2 + 1 + 2(x^2 + y^2) \geq 4(x + y + xy) \Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + y^2$ bằng $\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$.	0,25

Chú ý:

- Nếu học sinh làm theo cách khác mà đúng và phù hợp với chương trình thì cho điểm tương đương.