

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài I (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

- 1) Tính giá trị của A khi $x = \frac{9}{4}$.
- 2) Rút gọn B .
- 3) Với $x \in \mathbb{N}$ và $x \neq 1$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$.

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Nhà bạn Mai có một mảnh vườn, được chia thành nhiều luống, mỗi luống trồng số lượng cây bắp cải như nhau. Mai tính rằng nếu tăng thêm 7 luống nhưng mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số cây bắp cải toàn vườn giảm 9 cây; còn nếu giảm đi 5 luống nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây bắp cải toàn vườn sẽ tăng thêm 15 cây. Hỏi vườn nhà Mai hiện trồng tổng cộng bao nhiêu cây bắp cải?

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{9}{\sqrt{2x-1}} - \frac{3}{y+1} = 2 \\ \frac{4}{\sqrt{2x-1}} - \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$$

2) Cho đường thẳng $d: y = 2x + m^2 - 1$ và parabol $(P): y = x^2$ (với m là tham số) trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- a) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B .
- b) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục hoành. Tìm m để độ dài đoạn thẳng HK bằng 3 (đơn vị độ dài).

Bài IV (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Điểm C (khác A) bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho $\angle COD = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC , F là giao điểm của AC và BD .

- 1) Chứng minh $CEDF$ là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh $FC.FA = FD.FB$.
- 3) Gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O) .
- 4) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Bài V (0,5 điểm) Cho hai số thực dương x và y thỏa mãn $\frac{x}{2} + \frac{8}{y} \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $K = \frac{x}{y} + \frac{2y}{x}$.

----- HẾT -----

Ghi chú:

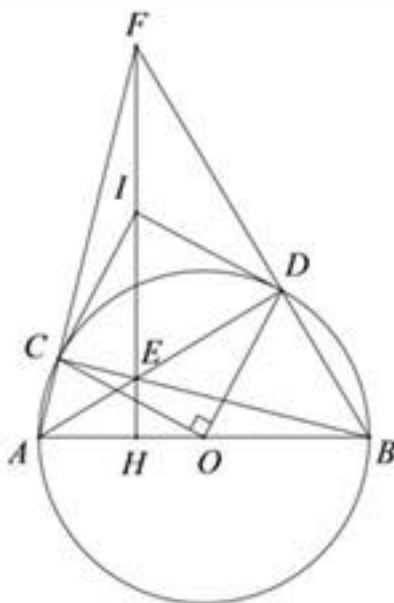
- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài;
- Giáo viên trông kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: Lớp Trường THCS:

Chúc các em học sinh làm bài kiểm tra đạt kết quả tốt!

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN 9 QUẬN HOÀN KIẾM
NĂM HỌC 2017-2018

Bài	Ý	Đáp án – Hướng dẫn chấm	Điểm
Bài I (2,0 điểm)	1)	<i>Tính giá trị của A</i>	0,75
		Thay $x = \frac{9}{4}$ (TMĐK $x \geq 0$ và $x \neq 1$) vào A, ta được $A = \frac{\sqrt{\frac{9}{4}} + 1}{\sqrt{\frac{9}{4}} - 1}$.	0,25
		Tim được $A = 5$ và kết luận.	0,50
	2)	<i>Rút gọn B</i>	0,75
		Biến đổi $B = \frac{\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{2\sqrt{x} + 1}$	0,25
		Tim được $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ và kết luận.	0,5
	3)	<i>Tìm giá trị lớn nhất của P</i>	0,50
		Tim được $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$.	0,25
		Tim được $P_{\max} = 2 + \sqrt{2}$ tại $x = 2$ và kết luận.	0,25
		Gợi ý: Giáo viên có thể khai thác thêm bằng câu hỏi: “Với $x \in \mathbb{N}$ và $x \neq 1$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của $P = A.B$ ” trong khi chữa bài kiểm tra cho học sinh.	
Bài II (2,0 điểm)		<i>Giải bài toán...</i>	2,0
		Gọi số luống ban đầu là a (luống, $a > 5$) và số cây bắp cải trồng mỗi luống ban đầu là b (cây, $b > 2$).	0,50
		Số bắp cải trong vườn nhà Mai là ab (cây)	0,25
		Vì khi tăng thêm 7 luống và mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số cây bắp cải trong vườn giảm 9 cây nên ta có: $(a + 7)(b - 2) = ab - 9$.	0,25
		Vì khi giảm đi 5 luống và mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây bắp cải trong vườn tăng thêm 15 cây nên ta có: $(a - 5)(b + 2) = ab + 15$.	0,25
		Ta có hệ phương trình $\begin{cases} (a + 7)(b - 2) = ab - 9 \\ (a - 5)(b + 2) = ab + 15 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ ta được $\begin{cases} a = 50 \\ b = 15 \end{cases}$ và kết luận.	0,50
Bài III (2,0 điểm)	1)	<i>Giải hệ phương trình</i>	1,0
		ĐKXĐ: $x \geq \frac{1}{2}; y \neq -1$.	0,25

		Đặt $\frac{1}{\sqrt{2x-1}} = a, \frac{1}{y+1} = b$, ta có $\begin{cases} 9a - 3b = 2 \\ 4a - b = 1 \end{cases}$.	0,25	
		Giải ra ta được $a = b = \frac{1}{3}$.	0,25	
		Từ đó tìm được $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ và kết luận.	0,25	
2)	Đường thẳng và parabol		1,0	
a)	Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt		0,50	
	Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): $x^2 - 2x - (m^2 - 1) = 0.$ d và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$.		0,25	
	Tìm được $m \neq 0$ và kết luận.		0,25	
b)	Tìm m để HK bằng 3		0,50	
	Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm. Ta có $HK = x_1 - x_2 = 3$ nên $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9$ với $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = 1 - m^2 \end{cases}$.		0,25	
	Tìm được $m = \pm \frac{3}{2}$ và kết luận.		0,25	
	Lưu ý: - Học sinh có thể sử dụng công thức nghiệm để tìm được $x_1 = 1 - m$ và $x_2 = 1 + m$. - Học sinh dễ mắc sai lầm ở ý a) khi ra kết quả với mọi m và ở ý b) khi nghĩ rằng $HK = x_2 - x_1 = 3$.			
Bài IV (3,5 điểm)	1)		Chứng minh CEDF là tứ giác nội tiếp	1,0
		Vẽ hình đúng		0,25
		Ta có $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle FCE = \angle FDE = 90^\circ$.		0,25
		Tứ giác CEDF có: $\angle FCE + \angle FDE = 180^\circ.$		0,25
		Lập luận và kết luận.		0,25
	2)	Chứng minh $FC.FA = FD.FB$.		1,0
		Xét $\triangle FCB$ và $\triangle FDA$ có $\angle FCB = \angle FDA = 90^\circ$ và $\angle CFB$ chung $\Rightarrow \triangle FCB \sim \triangle FDA$ (g.g)		0,5 0,25
		$\Rightarrow \frac{FC}{FD} = \frac{FB}{FA} \Rightarrow FC.FA = FD.FB$.		0,25

	3)	Chứng minh IC tiếp xúc với (O)	1,0
		ΔOCA cân tại O nên $ICF = IFC$ ΔICF cân tại I nên $OAC = OCA$.	0,50
		Từ đó $ICF + OCA = IFC + OAC = 90^\circ$ vì ΔHAF vuông tại H (do E là trực tâm ΔFAB)	0,25
		$\Rightarrow ICO = 90^\circ \Rightarrow IC \perp OC$. Kết hợp với $C \in (O)$ suy ra IC tiếp xúc với (O) .	0,25
	4)	Khi C thay đổi E thuộc đường tròn cố định nào?	0,5
		Gọi T là điểm chính giữa của cung AB không chứa C (T cố định). $IETO$ là hình bình hành (vì IE song song và bằng OT)	0,25
		$\Rightarrow TE = OI = R\sqrt{2}$ (vì $ICOD$ là hình vuông cạnh R). Vậy E thuộc $(T; R\sqrt{2})$.	0,25
	Câu V (0,5 điểm)	Tìm giá trị nhỏ nhất của K	0,5
		Áp dụng Bất đẳng thức Cauchy: $2 \geq \frac{x}{2} + \frac{8}{y} \geq 2\sqrt{\frac{x}{2} \cdot \frac{8}{y}} = 4\sqrt{\frac{x}{y}} \Rightarrow 0 < t = \frac{x}{y} \leq \frac{1}{4}.$	0,25
		Ta có $K = t + \frac{2}{t} = \left(32t + \frac{2}{t}\right) - 31t \geq 2\sqrt{32t \cdot \frac{2}{t}} - 31 \cdot \frac{1}{4} = \frac{33}{4}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$ hay $x = 2, y = 8$. Vậy $K_{\min} = \frac{33}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$.	0,25
		Lưu ý: - Học sinh có thể tách như sau: $K = \left(t + \frac{1}{16t}\right) + \frac{31}{16t} \geq 2\sqrt{t \cdot \frac{1}{16t}} + \frac{31}{16 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{33}{4}$. - Ý tưởng của bài toán là phương pháp “đồn biến” từ hai biến x, y về một biến $t = \frac{x}{y}$ và điểm rơi tại các “biên” $2 = \frac{x}{2} + \frac{8}{y}$ và $t = \frac{1}{4}$. - Giáo viên cần quan tâm rèn luyện cho học sinh tư tưởng của phương pháp dồn biến, bài toán biên, điểm rơi Cauchy ... vì đây là các dạng toán quan trọng, quen thuộc trong các câu V đề thi vào lớp 10 môn Toán những năm gần đây.	

Lưu ý:

- Học sinh có các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Bài IV: Học sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.
- Tổng điểm bài kiểm tra làm tròn đến 0,5.
- Giáo viên cần chữa bài kiểm tra cho học sinh đồng thời hướng dẫn học sinh cách suy nghĩ làm các câu khó.