

Câu 1 (1,5 đ):

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và đồ thị (d) của hàm số $y = -\frac{x}{2} + 2$

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Câu 2 (1,5 điểm):

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + 2m + 3 = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

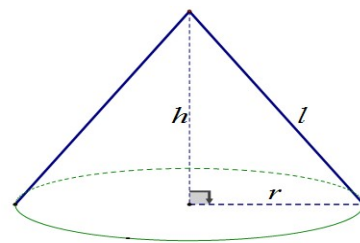
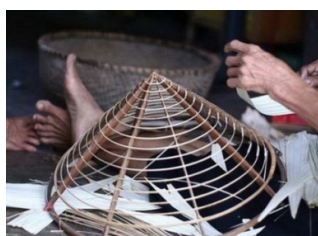
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên, hãy tính giá trị biểu thức sau:

$$A = x_1(2 - x_2) + x_2(2 - x_1)$$

Câu 3 (1 điểm): Nón lá bài thơ là một đặc trưng của xứ Huế. Một chiếc nón lá hoàn thiện cần qua nhiều công đoạn từ lên rừng hái lá, rồi sấy lá, chọn lá, xây độn vành, chằm, cắt lá, nức vành, cắt chỉ,... Nhằm làm đẹp và tôn vinh thêm cho chiếc nón lá xứ Huế, các nghệ nhân còn ép tranh và vài dòng thơ vào giữa hai lớp lá:

“Ai ra xứ Huế mộng mơ

Mua về chiếc nón bài thơ làm quà”.



Khung của nón lá có dạng hình nón được làm bởi các thanh tre nối từ đỉnh tới đáy như các đường sinh (ℓ), 16 vành nón được làm từ những thanh tre mảnh nhỏ, dẻo dai uốn thành những vòng tròn có đường kính to, nhỏ khác nhau, cái nhỏ nhất to bằng đồng xu.

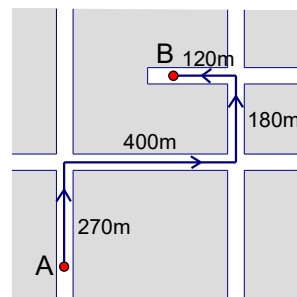
– Đường kính ($d = 2r$) của chiếc nón lá khoảng 40 (cm);

– Chiều cao (h) của chiếc nón lá là 19 (cm)

a) Tính độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vành chiếc nón lá. (Không kể phần chập nối, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

b) Tính diện tích phần lá phủ xung quanh của chiếc nón lá (không kể phần chập nối, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết công thức diện tích xung quanh của hình nón là: $S = \pi r \ell$

Câu 4 (1 điểm): Hằng ngày bạn Thu đi học từ nhà (vị trí A) đến trường (vị trí B) theo lộ trình trên bản đồ như hình vẽ dưới. Hãy tính khoảng cách từ nhà đến trường của bạn Thu?



hình 1

Câu 5 (1 điểm): Mai được thừa kế 2400 triệu đồng và gửi vào ngân hàng theo 2 khoản. Một khoản nhận lãi suất 6%/năm và khoản còn lại là 4,5%/năm. Nếu tổng lãi Mai nhận được là 120 600 000 đồng mỗi năm thì mỗi khoản đầu tư là bao nhiêu tiền?

Câu 6 (1đ): Do mẫu xe Toyota sắp ra mắt nên xe Toyota mẫu cũ được bán giảm giá 2 lần. Lần 1 giảm 5% so với giá ban đầu, lần 2 giảm 10% so với giá bán sau khi giảm lần 1. Sau 2 lần giảm, giá của xe mẫu cũ là 684 000 000 đồng.

- Giá ban đầu của Toyota mẫu cũ là bao nhiêu?
- Giá chiếc xe mới cao hơn giá xe cũ (khi chưa giảm) là 25%. Hỏi xe mới giá bao nhiêu tiền?

Câu 7 (3 điểm): Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BD và CE.

- Chứng minh tứ giác BEDC nội tiếp và $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.
- Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại M, OM cắt BC tại H. Chứng minh $AB \cdot BH = AD \cdot BM$
- Chứng minh $\triangle ADH \sim \triangle ABM$.

--- Hết ---

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 9

Câu 1: a) Mỗi bảng giá trị và hình vẽ tương ứng là 0,5đ

1đ

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{x}{2} + 2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 + \frac{x}{2} - 2 = 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1=2$; $x_2=-4$

0,25đ

$x_1=2$ suy ra $y_1=1$

$x_2=-4$ suy ra $y_2=4$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là: (2;1) và (-4;4)

0,25đ

Câu 2: Giải

a) $\Delta = 4m^2 + 4 > 0$ với mọi m

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m

0,25đ + 0,25đ

b) Theo hệ thức Vi – ét, ta có
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2m \\ P = x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

0,25đ

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 x_2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow S^2 - 2P = P^2 + 2$$

0,25đ

$$\Leftrightarrow 4m^2 = 1$$

0,25đ

Giải và kết luận: $m = 1/2$; $m = -1/2$

0,25đ

Câu 3:

a) Thể tích nước có trong cốc là: $\pi 3^2 \cdot 10 = 90\pi \approx 282,7$ (cm^3)

0,5đ

b) Thể tích ba viên bi thả vào trong cốc là: $3 \cdot \frac{4}{3} \pi 1^3 = 4\pi$ (cm^3)

Lúc này thể tích cả nước và 3 viên bi là: $90\pi + 4\pi = 94\pi$ (cm^3)

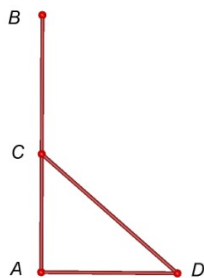
0,25đ

Do đó chiều cao mực nước lúc có 3 viên bi là :

$$h = \frac{94\pi}{\pi 3^2} = \frac{94}{9} \approx 10,4 \text{ (cm)}.$$

Vậy sau khi bỏ 3 viên bi vào cốc nước thì mực nước trong cốc khoảng 10,4(cm) 0,25đ

Câu 4:



Giả sử AB là chiều cao của cây tre, C là điểm gãy.

Đặt $AC = x$ ($x > 0$) suy ra $CD = 9 - x$

trong đó D là vị trí ngọn cây chạm đất

0,25đ

Áp dụng định lý Pitago vào tam giác ACD vuông tại A

$$AC^2 + AD^2 = CD^2 \text{ suy ra } x^2 + 3^2 = (9-x)^2 \text{ suy ra } x = 4$$

0,25đ + 0,25đ

Vậy điểm gãy cách gốc cây 4m

0,25đ

Câu 5:

Giải

Gọi x là lãi suất ngân hàng phải trả hàng năm ($x > 0$)

0,25đ

Ta có tiền vay: 2000 000

Tiền lãi năm thứ nhất: $2000\,000 \cdot x$

Tiền lãi vay năm thứ hai: $(2000000 + 2000000x) \cdot x$ 0,25đ

Tổng số tiền phải trả là

$2000000 + 2000000x + (2000000 + 2000000x) \cdot x$

Vì tiền trả sau 2 năm là 2420000 nên ta có pt

$2000000 + 2000000x + (2000000 + 2000000x) \cdot x = 2420000$ 0,25đ

$2000000x^2 + 4000000x - 420000 = 0$

Giải pt ta có $x = 0,1$ (nhận) hoặc $x = -2,1$ (loại) 0,25đ

Vậy lãi suất cần tìm là 10%

Câu 6:

Giải

Gọi x là giá niêm yết của một quyển tập (nghìn đồng, $x > 0$)

Gọi y là giá niêm yết của mỗi cây bút bi (nghìn đồng, $y > 0$) 0,25đ

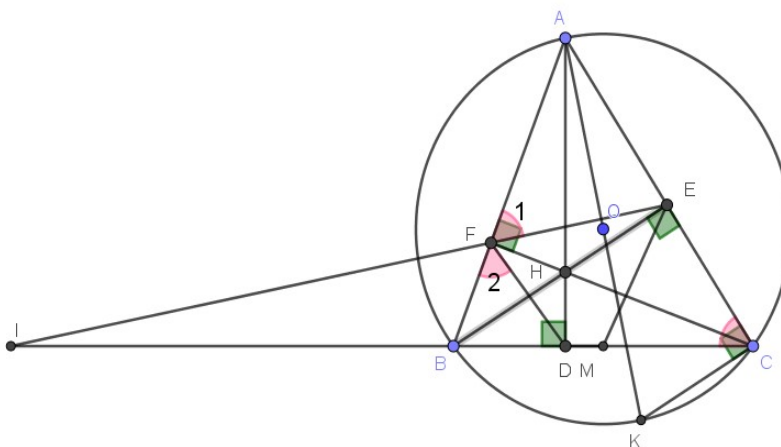
Ta có hệ pt
$$\begin{cases} 20x + 10y = 195 \\ 90\% \cdot 20x + 80\% \cdot 10y = 172 \end{cases}$$
 0,25đ + 0,25đ

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 3,5 \end{cases}$ (nhận) 0,25đ + 0,25đ

Vậy mỗi quyển tập có giá niêm yết là 8 nghìn đồng và mỗi cây bút bi có giá niêm yết là 3,5 nghìn đồng 0,25đ

Câu 7:

Giải



a) (1 điểm)

* Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp. 0,75đ

* Chứng minh các tứ giác BCEF nội tiếp 0,75đ

b) (1 điểm)

CM: $\widehat{ACK} = 90^\circ$

Hai tam giác vuông ABD và AKC đồng dạng vì có

$\widehat{B} = \widehat{K}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O)) 0,25đ

$$\text{Do đó } \frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AB \cdot AC = AD \cdot AK \quad 0,25đ$$

$$\Leftrightarrow AB \cdot AC = 2R \cdot AD. (AK = 2R \text{ vì } AK \text{ là đường kính của } (O;R)) \quad 0,25đ$$

c) (1 điểm)

Ta có: $\hat{F}_1 = \hat{C}$ (Tứ giác EFBC nội tiếp)

Tương tự $\hat{F}_2 = \hat{C}$ (Tứ giác ACDF nội tiếp)

$$\Rightarrow \hat{F}_1 + \hat{F}_2 = 2\hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{D\hat{F}E} = 180^\circ - 2\hat{C}. (1)$$

$$\text{Tam giác MEC cân tại M} \Rightarrow \hat{E\hat{M}C} = 180^\circ - 2\hat{C} \quad (2) \quad 0,25đ$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có } \Rightarrow \hat{E\hat{M}C} = \hat{D\hat{F}E}$$

Vậy tứ giác EFDM nội tiếp.

$$\text{C/m: } IF \cdot IE = ID \cdot IM \quad (3) \quad 0,25đ$$

$$\text{C/m: } IE \cdot IF = IB \cdot IC \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) } \Rightarrow IB \cdot IC = ID \cdot IM \quad 0,25đ$$