

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (2,0 điểm) Cho các biểu thức:

$$A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{6-\sqrt{x}}{4-x} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}; \text{ với } x \geq 0; x \neq 4$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$

b) Chứng minh rằng $B = \frac{1}{\sqrt{x}+3}$

c) Cho $P = A.B$. Tìm giá trị của x để $P \leq 0$

Bài 2: (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào 1 bể không có nước sau 4 giờ thì bể đầy. Nếu chảy một mình thì vòi 1 chảy đầy bể nhanh hơn vòi 2 là 6 giờ. Hỏi nếu chảy một mình thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} - \frac{4}{y+1} = 5 \\ \frac{3}{x-3} + \frac{4}{y+1} = -1 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2 - mx$.

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = 2020$

Bài 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O;R) đường cao AH. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của điểm H trên cạnh AB, AC.

a) Chứng minh rằng tứ giác AMHN nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh rằng $AM.AB = AH^2$. Từ đó chứng minh $AM.AB = AN.AC$.

c) Hai đường thẳng NM và BC cắt nhau tại Q. Chứng minh $\widehat{AMN} = \widehat{ACB}$ và $QH^2 = QM.QN$

d) Cho $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $R = 3\text{cm}$. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây BC và cung BC nhỏ.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho x, y là các số dương thỏa mãn: $x + y = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{5}{x^2 + y^2} + \frac{3}{xy}$

..... Hết

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên:.....Lớp.....